

Der Abschattungseffekt im nuklearen Photoabsorptionsquerschnitt

Diplomarbeit

vorgelegt von

Thomas Falter

aus Gießen

Institut für Theoretische Physik I
Justus-Liebig-Universität Gießen

Gießen, 2000

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
2	Vektormesonen-Dominanz	5
2.1	Gemeinsamkeiten von photon- und hadroninduzierten Prozessen	5
2.2	Einfaches Vektormesonen-Dominanz-Modell	8
3	Erweiterte Vektormesonen-Dominanz	15
3.1	Tiefinelastische Streuung	15
3.2	Erweitertes Vektormesonen-Dominanz-Modell	19
4	Der Abschattungseffekt	27
4.1	Abschattung von Hadronen	27
4.2	Abschattung von Photonen	32
5	Glauber-Vielfachstreuungs-Theorie	39
5.1	Das Glauber-Modell	39
5.2	Photoabsorption im Glauber-Modell	46
6	Das Glauber-Gribov-Modell	53
6.1	Nukleare Photoabsorption im Glauber-Gribov-Modell	53
6.2	Grenzfall hoher Energien	59
7	Der EMC-Effekt bei kleinen Bjorken-x	65
7.1	Der EMC-Effekt	65
7.2	Abschattung in tiefinelastischer Streuung	67

8	Nukleare Photoabsorption: I. Eikonalnäherung	71
8.1	Photoabsorptionsquerschnitt bei hohen Energien	72
8.2	Photoabsorptionsquerschnitt bei niedrigen Energien	77
8.3	Mediummodifikationen des ρ^0 im Kern	83
9	Nukleare Photoabsorption: II. Rechnung ohne Eikonalnäherung	87
9.1	Einfluß der Eikonalnäherung	88
9.2	Vakuumspektralfunktion der Vektormesonen	93
9.3	Beitrag des Pions zum Abschattungseffekt	98
10	Zusammenfassung und Ausblick	105
A	Inkohärente Photoproduktion bei hohen Energien	109
A.1	Vorbereitende Schritte	109
A.2	Grenzfall hoher Energien ($q_V \rightarrow 0$)	110
A.3	Grenzfall kleiner Energien ($q_V \gg \text{Kernradius}^{-1}$)	112
A.4	Grenzfall kleiner σ_{VN}^{el}	113
A.5	Allgemeiner Ausdruck für $\sigma_{\gamma V}^{\text{ink}}$	113

Kapitel 1

Einleitung

Die vorliegende Arbeit befaßt sich mit dem Abschattungseffekt, der in nuklearen Reaktionen hochenergetischer Teilchen auftritt. Unter dem Abschattungseffekt versteht man die Reduzierung des nuklearen Wirkungsquerschnitts im Vergleich zum A -fachen des nukleonischen Wirkungsquerschnitts:

$$\sigma_{XA} < A\sigma_{XN},$$

wobei A die Nukleonenzahl des Kerns bezeichnet. Der Effekt läßt sich anschaulich folgendermaßen verstehen. Die Wahrscheinlichkeit für die Wechselwirkung eines hochenergetischen Projektils X mit einem Nukleon des Kerns ist bei sehr kleinen σ_{XN} für alle Nukleonen im Kern gleichwahrscheinlich (siehe Abbildung 1.1 links). Der nukleare Wirkungsquerschnitt ergibt sich in diesem Fall einfach aus dem A -fachen des nukleonischen Wirkungsquerschnitts. Für große σ_{XN} ist die mittlere freie Weglänge des Projektils X im Kern sehr viel kleiner als der Kernradius. An der Reaktion sind deshalb vorwiegend die an der Vorderseite des Kerns liegenden Nukleonen beteiligt (siehe Abbildung 1.1 rechts), welche die hinteren Nukleonen abschatten. Die Zahl der an der Reaktion beteiligten Nukleonen ist daher kleiner als die Nukleonenzahl A des Kerns. Man erwartet daher ein Auftreten des Abschattungseffekts bei Reaktionen hadronischer Projektile mit großem nukleonischen Wirkungsquerschnitt, beispielsweise bei Pion-Kern-Reaktionen.

Daß auch photoninduzierte Prozesse abgeschattet werden, ist auf den ersten Blick nicht einsichtig, da der Photon-Nukleon-Wirkungsquerschnitt $\sigma_{\gamma N}$ ungefähr um den Faktor $\alpha_{em} = \frac{1}{137}$ kleiner ist als typische hadronische Wirkungsquerschnitte. Die mittlere freie Weglänge des Photons im Kern beträgt daher ein Vielfaches des Kerndurchmessers, was nach obiger Argumentation einen nichtabgeschatteten Wirkungsquerschnitt erwarten ließe. Die Abschattung photoninduzierter Prozesse läßt sich beispielsweise in nuklearen Photoproduktionsprozessen von Hadronen beobachten. Dies ist verständlich, da das produzierte Hadron auf seinem Weg durch den Kern absorbiert werden kann. Effektiv tragen daher nur Nukleonen zur Produktion bei, bei denen das produzierte Teilchen anschließend nur noch eine kurze Strecke innerhalb des Kerns zurücklegen muß. Bei hohen Energien



Abbildung 1.1: Wechselwirkung des Projektils X mit einem Kern. Der schattiert gezeichnete Bereich entspricht der an der Reaktion primär beteiligten Nukleonen. *Links*: Bei einem kleinen nukleonischen Wirkungsquerschnitt des Projektils d.h. einer großen mittleren freien Weglänge im Kern nehmen alle Nukleonen mit gleicher Wahrscheinlichkeit an der Reaktion teil. *Rechts*: Ist der nukleonische Wirkungsquerschnitt des Projektils groß, so reagiert es lediglich mit den Nukleonen an der Vorderseite des Kerns. Die dahinterliegenden Nukleonen werden abgeschattet.

sind das vorwiegend die Nukleonen an der Rückseite des Kerns, da die Streuprozesse in Vorwärtsrichtung dominieren. Interessant ist, daß bei hohen Energien das Photon schon vor dem eigentlichen Produktionsprozeß abgeschattet wird (siehe Anhang). Die Abschattung von hochenergetischen Photonen kann man auch am nuklearen Photoabsorptionsquerschnitt und in der tiefinelastischen Streuung von Elektronen oder Muonen am Kern erkennen. Letztere führt zu der Beobachtung, daß sich die Struktur eines freien Nukleons von der eines im Kern gebundenen Nukleons unterscheidet. Dieser als EMC-Effekt bezeichnete Unterschied läßt sich bei kleinen Werten der Bjorken-Skalenvariable x durch die Abschattung des bei der tiefinelastischen Streuung ausgetauschten virtuellen Photons erklären.

Stodolsky lieferte 1967 eine mögliche Erklärung dafür, warum auch photoninduzierte Reaktionen im Kern abgeschattet werden. Das Photon koppelt an Hadronen und besitzt daher einen hadronischen Beitrag zu seiner Selbstenergie, d.h. es fluktuiert zwischen einem "nackten" Photonzustand und hadronischen und elektromagnetischen Zuständen mit den Quantenzahlen des Photons hin und her (siehe Abbildung 1.2). Wenn sich das Photon in einem hadronischen Zwischenzustand befindet, wechselwirkt es wie ein Hadron. Da hadronische Reaktionen abgeschattet werden, wäre dies eine mögliche Erklärung dafür, warum auch die Reaktionen des Photons abgeschattet werden. Die starke Ähnlichkeit von Reaktionen hochenergetischer Photonen und rein hadronischen Reaktionen führte schon 1960 zur sogenannten Vektormesonen-Dominanz-Hypothese, welche davon ausgeht, daß das Photon nur über die Vektormesonen ρ , ω und ϕ an Hadronen koppelt. D.h. das Photon wandelt sich vor der Reaktion mit einem Hadron in ein Vektormeson um, welches anschließend mit dem Hadron wechselwirkt. Das Auftreten des Abschattungseffekts in elektromagnetischen Prozessen wurde daher als Bestätigung dieser Hypothese angesehen.

Die Reaktionen hochenergetischer Projektile mit dem Atomkern lassen sich im Rahmen des Glauber-Modells beschreiben, welches die Reaktionen auf Wechselwirkungen mit den einzelnen Nukleonen des Kerns reduziert. Mittels des Glauber-Modells läßt sich der Abschattungseffekt auch ohne Verwendung der Vektormesonen-Dominanz-Hypothese erklären. Trotzdem hängt das Einsetzen des Abschattungseffekts in photonuklearen Reaktionen auch im Glauber-Modell stark von der Masse der Vektormesonen, insbesondere

The diagram shows a physical photon (represented by a wavy line with a shaded circle) equal to the sum of three terms: a bare photon (wavy line), a hadronic loop (wavy line with a shaded circle labeled h), and a lepton loop (wavy line with a white circle labeled l^- and l^+). The terms are multiplied by α_{em} and the last term is $o(\alpha_{em}^2)$.

Abbildung 1.2: Das physikalische Photon setzt sich in Ordnung α_{em} zusammen aus einem “nackten” Photonenzustand sowie hadronischen und elektromagnetischen Zwischenzuständen mit den Quantenzahlen des Photons $J^{PC} = 1^{--}$.

von der des leichtesten Vektormesons, dem ρ , ab. Wie später noch ausgeführt wird, spielt das ω -Meson nur eine untergeordnete Rolle, obwohl es nur unwesentlich schwerer als das ρ -Meson ist. Der Grund dafür ist, daß die ωN -Photoproduktionsamplitude nur ein Drittel der ρN -Photoproduktionsamplitude beträgt. Neuere Daten zur nuklearen Photoabsorption bei niedrigen Energien deuten auf ein Einsetzen des Abschattungseffekts im Photonenergiebereich von 1 bis 3 GeV hin. Dieses frühe Einsetzen des Abschattungseffekts wurde als ein Anzeichen für eine Massenabsenkung des ρ -Mesons in Kernmaterie interpretiert. In der Tat ist es aber möglich, das frühe Einsetzen des Abschattungseffekts im Zusammenhang mit einer erhöhten effektiven ρ -Masse im Kern zu erklären, wenn man den negativen Realteil der ρ -Nukleon-Streuamplitude berücksichtigt. Die Annahmen des dabei verwendeten Glauber-Modells sind allerdings für niedrige Energien zweifelhaft. In dieser Arbeit wird deshalb unter anderem der Einfluß dieser Näherungen auf das berechnete Ergebnis untersucht.

Diese Arbeit beinhaltet neben einer kurzen Diskussion des einfachen und des erweiterten Vektormesonen-Dominanz-Modells in den folgenden beiden Kapiteln eine anschauliche Erklärung des Abschattungseffekts bei hadron- und photoninduzierten Reaktionen in Kapitel 4. Das zur quantitativen Beschreibung des nuklearen Photoabsorptionsquerschnitts verwendete Glauber-Modell wird in Kapitel 5 ausführlich diskutiert. Desweiteren wird in Kapitel 6 eine Abwandlung des Glauber-Modells skizziert, in dessen Rahmen der EMC-Effekt bei kleinen Werten der Bjorken-Skalenvariable quantitativ beschrieben werden kann. Sie dient auch als Grundlage zur Untersuchung einiger im Glauber-Modell gemachter Näherungen im letzten Kapitel dieser Arbeit. Nach der Beschreibung des EMC-Effekts in Kapitel 7 wird in Kapitel 8 der nukleare Photoabsorptionsquerschnitt berechnet und die daraus ableitbaren Mediummodifikationen des ρ -Mesons diskutiert. Das letzte Kapitel befaßt sich mit dem Einfluß der im Glauber-Modell verwendeten Eikonalnäherung auf den berechneten Abschattungseffekt.

Kapitel 2

Vektormesonen-Dominanz

Die Reaktionen hochenergetischer Photonen mit Hadronen weisen starke Ähnlichkeiten mit rein hadronischen Reaktionen auf. Eine Erklärung dafür liefert das einfache Vektormesonen-Dominanz-Modell (SVD), das in diesem Kapitel vorgestellt werden soll. Im SVD-Modell wird die Wechselwirkung zwischen Photon und Hadronen ausschließlich durch die Vektormesonen $V = \rho^0, \omega, \phi$ übertragen. Prozesse, an denen hoch virtuelle Photonen beteiligt sind, wie zum Beispiel die tiefinelastische Elektron-Nukleon-Streuung, können nicht im SVD-Modell beschrieben werden. Dazu werden erweiterte Vektormesonen-Dominanz-Modelle (GVD) benötigt, die außer ρ^0, ω und ϕ auch schwerere hadronische Komponenten mit den Quantenzahlen des Photons berücksichtigen. Ausführliche Diskussionen des Vektormesonen-Dominanz-Modells finden sich beispielsweise in [1, 2] und den dort angegebenen Referenzen.

2.1 Gemeinsamkeiten von photon- und hadroninduzierten Prozessen

Der totale Photon-Nukleon-Wirkungsquerschnitt weist bei niedrigen Energien deutliche Resonanzen auf, die bei Schwerpunktsenergien oberhalb von 3 GeV verschwinden. Für hohe Energien wird der Wirkungsquerschnitt ungefähr konstant bzw. zeigt höchstens noch eine logarithmische Energieabhängigkeit. Das gleiche Verhalten beobachtet man auch beim totalen Pion-Proton-Wirkungsquerschnitt (siehe Abbildung 2.1). Oberhalb der Resonanzregion unterscheidet sich der totale Photoabsorptionsquerschnitt vom hadronischen Wirkungsquerschnitt nur durch einen konstanten Faktor in der Größenordnung der Feinstrukturkonstanten α_{em} . Des weiteren erkennt man, daß bei hohen Energien die Photoabsorptionsquerschnitte für Protonen und Neutronen nahezu identisch sind. Dies bedeutet, daß das hochenergetische Photon nicht mehr primär an die Ladung des Targets koppelt.

Auch die Winkelabhängigkeit der Compton-Amplitude $T_{\gamma\gamma}$ ¹⁾ unterscheidet sich für Ener-

¹⁾Die Normierung von T ist so gewählt, daß $\frac{d\sigma}{dt} = |T|^2$.

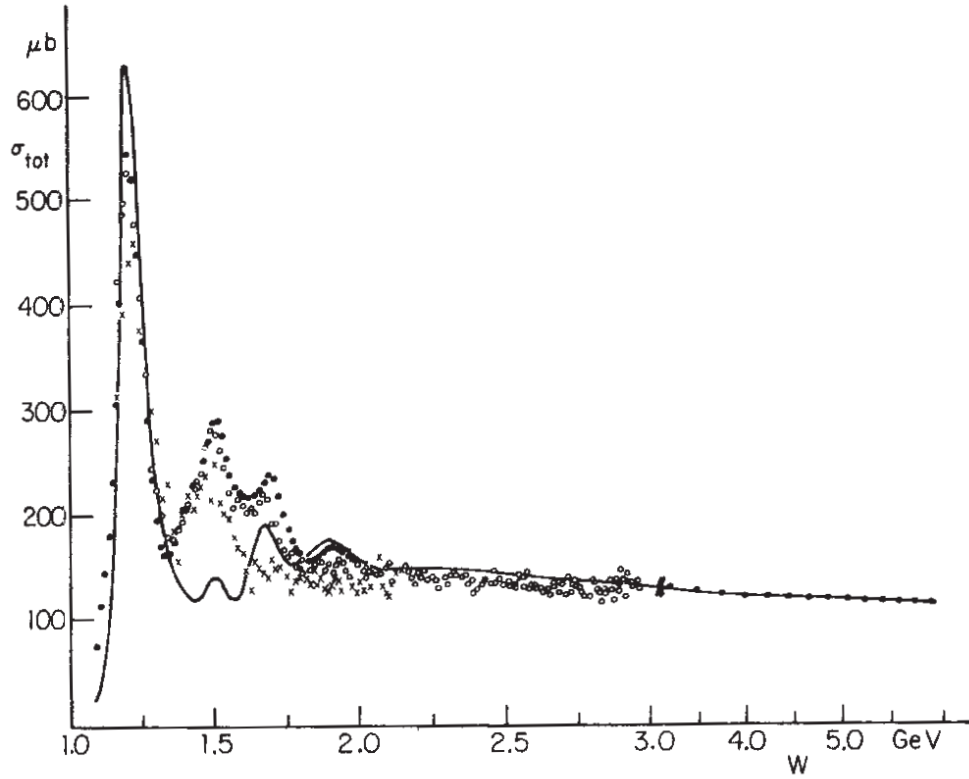


Abbildung 2.1: Totaler Photoabsorptionsquerschnitt ($\sigma_{\gamma p} : \circ$, $\sigma_{\gamma n} : \times$) und totaler hadronischer Wirkungsquerschnitt ($(\sigma_{\pi^+p} + \sigma_{\pi^-p})/440$): durchgezogene Linie) aufgetragen gegen die invariante Masse W . Die Abbildung stammt aus [3].

gien oberhalb der baryonischen Resonanzen kaum von der rein hadronischen Amplituden, wie in Abbildung 2.2 zu erkennen ist. Sowohl die Compton-Amplitude als auch die elastische πN -Streuamplitude und die ρ^0 -Photoproduktionsamplitude weisen einen starken Abfall mit steigendem Impulsübertrag auf.

Was die Phase der Compton-Amplitude $T_{\gamma\gamma}$ betrifft, so ergeben die Dispersionsrelation für die Vorwärtsamplitude [4] und direkte Messungen [5], daß das Verhältnis

$$\alpha(s) = \frac{\text{Re}T_{\gamma\gamma}(s; t=0)}{\text{Im}T_{\gamma\gamma}(s; t=0)}$$

für hohe Werte von s klein und negativ ist, wie auch für πN - und NN -Amplituden (s, t : Mandelstam-Variablen [6]).

Allerdings gibt es neben den oben genannten Ähnlichkeiten einen wichtigen Unterschied zwischen photon- und hadroninduzierten Prozessen. Bei rein hadronischen Reaktionen beträgt der totale elastische Wirkungsquerschnitt σ^{el} typischerweise 15-20% des totalen Wirkungsquerschnitts σ . Das ist für elektromagnetische Prozesse nicht der Fall, da hier der elastische Querschnitt (Compton-Streuung am Nukleon) größenordnungsmäßig um den Faktor α_{em} kleiner ist als der totale Photon-Nukleon-Wirkungsquerschnitt. Dafür ist der Anteil der diffraktiven Photoproduktion von Vektormesonen ($\gamma N \rightarrow VN$) am totalen

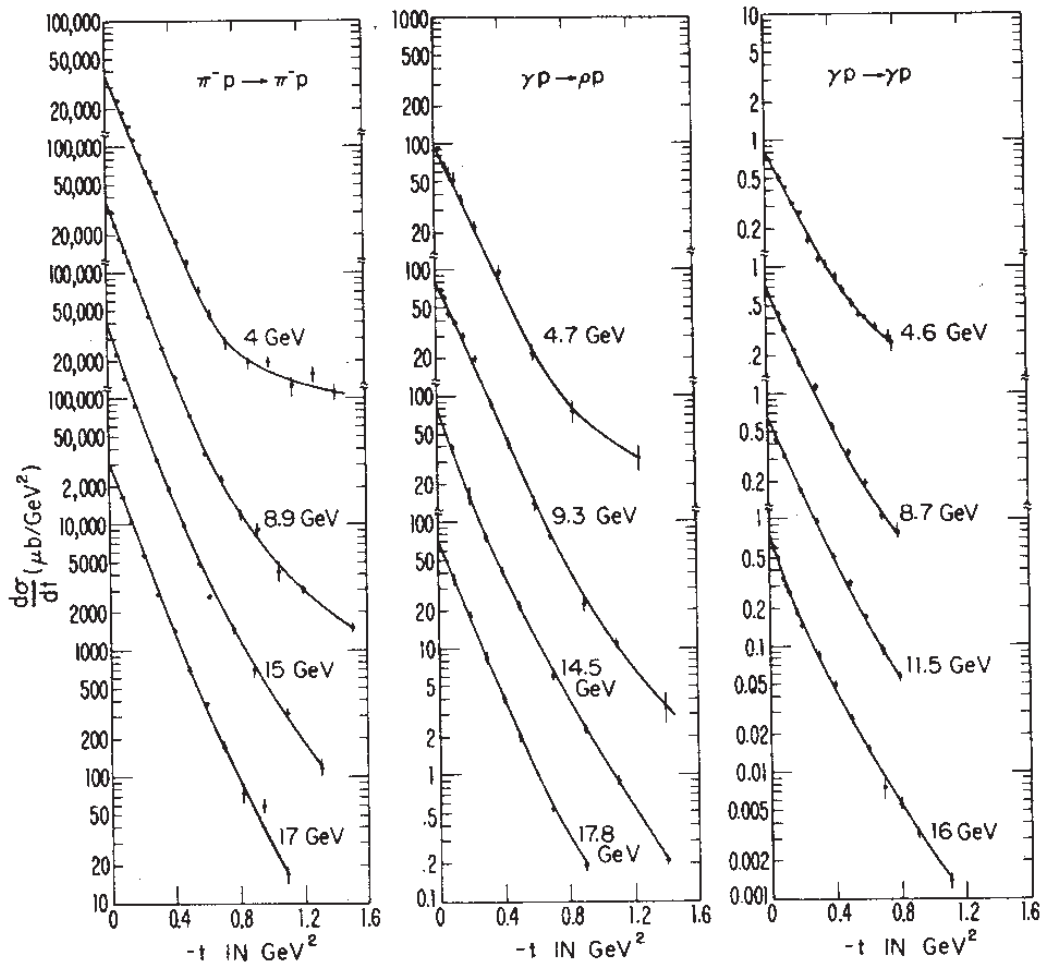


Abbildung 2.2: Vergleich der Winkelabhängigkeit: (a) elastische πN -Streuung, (b) ρ^0 -Photoproduktion und (c) Compton-Streuung an Protonen. Die Abbildung stammt aus [1].

Photon-Nukleon-Wirkungsquerschnitt ungefähr gleich dem Verhältnis $\sigma^{\text{el}}/\sigma$ bei hadronischen Reaktionen. Berücksichtigt man noch, daß die Photoproduktions-Amplituden $T_{\gamma V}$ für große Werte von s fast konstant werden sowie ihren typischen Abfall mit t (siehe Abbildung 2.2), so könnte man die diffraktive Photoproduktion von Vektormesonen als Photon-Analogon zur elastischen Streuung von Hadronen ansehen.

Eine letzte Gemeinsamkeit von photon- und hadroninduzierten Prozessen ist das Verhalten der nuklearen Wirkungsquerschnitte im Vergleich zu den nukleonischen. Bei beiden Arten von Prozessen findet man eine deutliche Verminderung des nuklearen Wirkungsquerschnittes σ_A im Vergleich zum A -fachen des nukleonischen Wirkungsquerschnitts σ_N (A : Nukleonenzahl des Kerns):

$$\begin{aligned}\sigma_A &= A_{\text{eff}}\sigma_N, \\ A_{\text{eff}} &< A.\end{aligned}$$

Dieser Abschattungseffekt wurde lange Zeit als eine Bestätigung der Vektormesonen-Dominanz-Hypothese angesehen. Der Grund dafür wird in Kapitel 4 erläutert. Bei der quantitativen Beschreibung des Abschattungseffekts in Kapitel 5 mittels des Glauber-Formalismus wird dann allerdings klar werden, daß man diesen Effekt im Prinzip auch ohne die Verwendung der Vektormesonen-Dominanz-Hypothese erklären kann. Das Vektormesonen-Dominanz-Modell wird in dieser Arbeit lediglich zu Bestimmung der nukleonischen Streuamplituden verwendet, die im Rahmen des verwendeten Glauber-Modells zur quantitativen Beschreibung des Abschattungseffekts benötigt werden.

2.2 Einfaches Vektormesonen-Dominanz-Modell

Eine Erklärung für die im letzten Abschnitt beschriebenen Gemeinsamkeiten von photon- und hadroninduzierten Reaktionen liefert das einfache Vektormesonen-Dominanz-Modell [7, 8], eine spezielle Form der Hadronen-Dominanz-Hypothese (HD). In der Hadronen-Dominanz-Hypothese nimmt man an, daß die Wechselwirkung des Photons mit Hadronen ausschließlich über die hadronischen Komponenten seiner Vakuum-Polarisation (siehe Abbildung 2.3, links) stattfindet. Diese Idee läßt sich für hohe Energien durch zeitgeordnete Störungstheorie im Laborsystem motivieren [9]. Betrachtet man beispielsweise die Streuung eines (virtuellen) Photons an einem ruhenden Nukleon oder Kern, so erhält man von jedem der beiden in Abbildung 2.4 dargestellten zeitgeordneten Diagramme einen Beitrag zur Wechselwirkungsamplitude. Im ersten Diagramm wechselwirkt das Photon mit einem Quark des Targets. Im zweiten Diagramm dissoziiert das Photon in ein Quark-Antiquark-Paar, welches dann mit dem Target wechselwirkt. Das Photon habe die Energie ν und den Impuls \vec{q} . Seine Energie sei so groß, daß für den mittleren Impuls $\langle p_q^2 \rangle^{\frac{1}{2}}$ eines Quarks im Nukleon und das negative Viererimpulsquadrat

$$Q^2 := -(\nu^2 - \vec{q}^2) \quad (2.1)$$

des Photons gilt:

$$\nu \gg \langle p_q^2 \rangle^{\frac{1}{2}} \quad \text{und} \quad \nu^2 \gg Q^2. \quad (2.2)$$

Die Beiträge der beiden Diagramme verhalten sich in etwa umgekehrt wie die Energiedifferenzen, die auftreten, wenn man die propagierenden Quarks auf ihre Massenschale setzt und Dreierimpulserhaltung an den Vertizes fordert [10]. Unter diesen Voraussetzungen ist die Energiedifferenz für das linke Diagramm (Amplitude \mathcal{A}_a) in Abbildung 2.4 durch

$$\begin{aligned} \Delta E_a &= E_a(t_2) - E_a(t_1) = \sqrt{\langle p_q^2 \rangle + \vec{q}^2} - (\nu + \langle p_q^2 \rangle^{\frac{1}{2}}) \\ &\approx \frac{\langle p_q^2 \rangle + Q^2}{2\nu} - \langle p_q^2 \rangle^{\frac{1}{2}} \end{aligned}$$

gegeben und der des rechten Diagramms (Amplitude \mathcal{A}_b) durch

$$\begin{aligned} \Delta E_b &= E_b(t_2) - E_b(t_1) = \sqrt{m_{q\bar{q}}^2 + \vec{q}^2} - \nu \\ &\approx \frac{m_{q\bar{q}}^2 + Q^2}{2\nu}, \end{aligned} \quad (2.3)$$



Abbildung 2.3: *Links:* Fluktuation des Photons in ein virtuelles $q\bar{q}$ -Paar. *Rechts:* im SVD-Bild werden die Fluktuationen durch die leichten Vektormesonen $V = \rho^0, \omega, \phi$ dominiert.



Abbildung 2.4: *Links:* Das Photon wechselwirkt mit einer hadronischen Fluktuation des Targets (Amplitude \mathcal{A}_a). *Rechts:* Aus dem Photon entsteht zunächst ein Quark-Antiquark-Paar, das dann mit dem Target wechselwirkt (Amplitude \mathcal{A}_b).

wobei $m_{q\bar{q}}$ die invariante Masse des Quark-Antiquark-Paares ist. Für den oben diskutierten Fall großer Photonenergie ergibt sich daraus das Verhältnis der beiden Amplituden zu

$$\begin{aligned} \frac{|\mathcal{A}_b|}{|\mathcal{A}_a|} &\sim \left| \frac{\Delta E_a}{\Delta E_b} \right| = \left| \frac{\langle p_q^2 \rangle + Q^2 - 2\nu \langle p_q^2 \rangle^{\frac{1}{2}}}{m_{q\bar{q}}^2 + Q^2} \right| \\ &\approx \frac{2\nu \langle p_q^2 \rangle^{\frac{1}{2}}}{m_{q\bar{q}}^2 + Q^2}. \end{aligned} \quad (2.4)$$

Eichinvariant ist nur die Summe der beiden zeitgeordneten Diagramme aus Abbildung 2.4. Nimmt man aber an, daß zur Amplitude \mathcal{A}_b nur $q\bar{q}$ -Paare mit $m_{q\bar{q}}^2 \lesssim Q^2$ beitragen, so folgt aus Gleichung (2.4), daß die Amplitude \mathcal{A}_b für sehr hohe Photonenergien (siehe Gleichung (2.2)) dominiert. In diesem Fall kann man sich also vorstellen, daß das Photon vor der eigentlichen Wechselwirkung mit dem Target in einen hadronischen Zustand mit den Quantenzahlen des Photons (Spin, Parität und Ladungskonjugation $J^{PC} = 1^{--}$) übergeht, der dann am Target streut.

Im SVD-Modell denkt man sich diese hadronischen Fluktuationen durch die neutralen Vektormesonen $V = \rho^0, \omega, \phi$ dominiert (siehe Abb. 2.3, rechts). Die erweiterte Vektormeson-Dominanz-Hypothese (GVD) berücksichtigt auch die aus der Reaktion $e^+e^- \rightarrow \text{Hadronen}$ bekannten schwereren Vektormesonen und das Quark-Antiquark-Kontinuum im hadronischen Spektrum des Photons (vergleiche Abbildung 3.5). Innerhalb des SVD-Modells läßt sich die Reaktion $\gamma X \rightarrow Y$ wie in Abbildung 2.5 links dargestellt verstehen. Für die invariante Amplitude [6] ergibt sich daher

$$\mathcal{M}_{\gamma X \rightarrow Y}(Q^2, s, t, \dots) = \sum_V \left(\frac{e}{g_V} \right) \frac{m_V^2}{Q^2 + m_V^2} \mathcal{M}_{V X \rightarrow Y}(s, t, \dots), \quad (2.5)$$

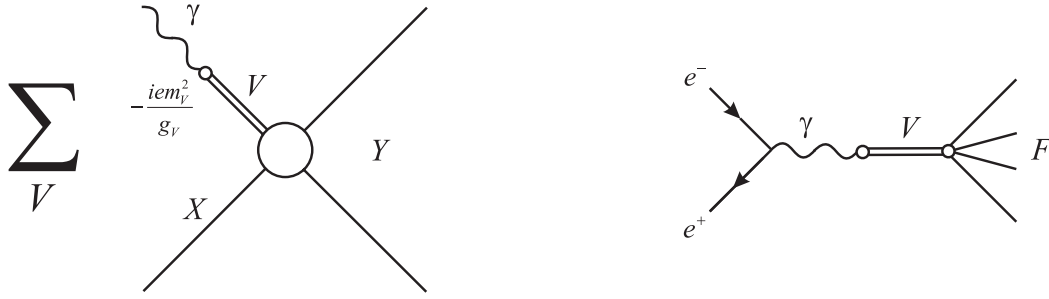


Abbildung 2.5: Links: Die Reaktion $\gamma X \rightarrow Y$ im SVD-Bild. Rechts: Beitrag der Vektormesonen in e^+e^- -Paarvernichtung.

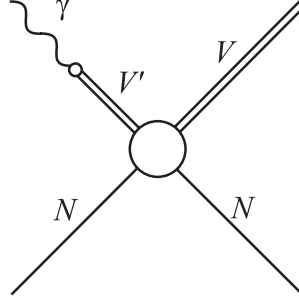


Abbildung 2.6: Nichtdiagonaler Beitrag zur Photoproduktion des Vektormesons V .

wobei im Vektormesonpropagator die Breiten der Vektormesonen vernachlässigt wurden (*narrow width approximation*). Q^2 bezeichnet das negative Viererimpuls-Quadrat des Photons, m_V die Masse des Vektormesons V und $\mathcal{M}_{VX \rightarrow Y}$ die On-Shell-Amplituden für die Wechselwirkung der Vektormesonen.

Für die Vektormeson-Photoproduktionsamplituden ($Q^2 = 0$) $\mathcal{M}_{\gamma V}$ und die elastischen Vektormesonstreuamplituden \mathcal{M}_V ergibt sich aus Gleichung (2.5) der folgende einfache Zusammenhang:

$$\mathcal{M}_{\gamma V} = \frac{e}{g_V} \mathcal{M}_V. \quad (2.6)$$

Hierbei wurden, wie auch im folgenden, die in Abbildung 2.6 dargestellten Beiträge, bei denen ein Vektormeson V' in ein anderes Vektormeson V streut, vernachlässigt (Diagonálnäherung).

Die Kopplungskonstanten g_V können direkt in dem in Abbildung 2.5 rechts dargestellten Paarvernichtungsprozeß gemessen werden. Vernachlässigt man die Interferenzen zwischen den einzelnen Vektormesonen, so ist der totale Wirkungsquerschnitt für diesen Prozeß

$$\sigma_{e^+e^- \rightarrow F} = 4\pi\alpha_{em} \sum_V \left(\frac{e}{g_V} \right)^2 \left(\frac{m_V^2}{s} \right) \frac{m_V, {}^V_t B_F^V}{(s - m_V^2)^2 + m_V^2, {}^V_t{}^2},$$

wobei $, {}^V_t$ die totale Zerfallsbreite des Vektormesons und B_F^V das Verzweigungsverhältnis in den Endzustand F bezeichnet. Unter Vernachlässigung der Breiten vereinfacht sich

dieser Querschnitt zu

$$\sigma_{e^+e^- \rightarrow F} = 4\pi\alpha_{em} \sum_V \left(\frac{e}{g_V} \right)^2 \delta(s - m_V^2) B_F^V.$$

Ist B_F^V bekannt oder summiert man über alle Endzustände F , so erhält man ein Maß für die Partialbreite in e^+e^- [6]

$$, \quad V \equiv , \quad V \rightarrow e^+e^- = \left(\frac{m_V \alpha_{em}}{3} \right) \left(\frac{e}{g_V} \right)^2.$$

Aus Daten von Speicherring-Experimenten kann man somit über die Zerfallsbreiten die Kopplungskonstanten g_V bestimmen.

Bisher wurde die Kopplung des ρ^0 an den 2π -Kanal (siehe Abbildung 2.7) und andere Kanäle vernachlässigt. Der 2π -Kanal ist der dominierende Zerfallskanal des ρ^0 und liefert daher den Hauptbeitrag zu dessen Selbstenergie. Will man ihn berücksichtigen, muß man den ρ^0 -Propagator in Gleichung (2.5) modifizieren [11]:

$$i\tilde{D}_\rho = \frac{1}{Q^2 + \overset{o}{m}_\rho^2 + \Pi_\rho(Q^2)}.$$

Der Zusammenhang von physikalischer Masse m_ρ und der nackten Masse $\overset{o}{m}_\rho$ des ρ^0 -Mesons ergibt sich dann über den Realteil der Selbstenergie Π_ρ :

$$m_\rho^2 = \overset{o}{m}_\rho^2 + \text{Re}\Pi_\rho|_{Q^2=-m_\rho^2}, \quad (2.7)$$

und die $\rho^0 \rightarrow \pi\pi$ Zerfallsbreite bei der Resonanz bestimmt sich aus dem Imaginärteil der Selbstenergie zu

$$, \quad (\rho \rightarrow \pi\pi) = -\frac{1}{m_\rho} \text{Im}\Pi_\rho|_{Q^2=-m_\rho^2}. \quad (2.8)$$

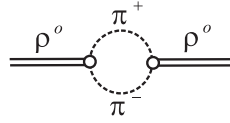
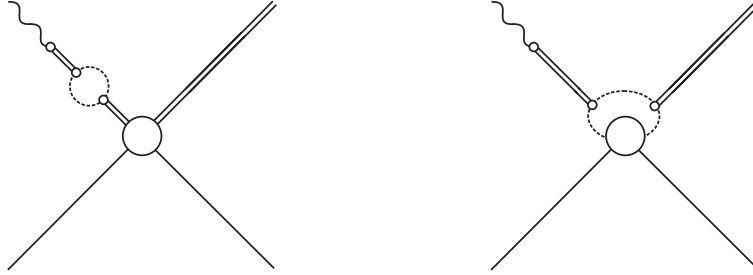
Der Realteil der Selbstenergie aus [11] bewirkt nur die Verschiebung der nackten Masse $\overset{o}{m}_\rho$ auf den physikalischen Wert m_ρ und keine Wellenfunktionsrenormierung. Als weitere Normierungsbedingung erhält man daher in diesem Fall:

$$\frac{d}{dQ^2} \text{Re}\Pi_\rho|_{Q^2=-m_\rho^2} = 0.$$

Für SVD-Berechnungen bei $Q^2 \approx 0$ scheint dann Gleichung (2.5) weiterhin gültig zu sein, wenn man g_ρ durch

$$\tilde{g}_\rho = g_\rho \frac{\overset{o}{m}_\rho^2}{m_\rho^2}$$

ersetzt. Allerdings modifiziert der 2π -Kanal nicht nur den ρ^0 -Propagator, wie in Abbildung 2.8 für ρ^0 -Photoproduktion gezeigt ist. Falls man annimmt, daß die 2π -Komponente

Abbildung 2.7: Beitrag zur ρ^0 -Selbstenergie.Abbildung 2.8: Zusätzliche Diagramme zur ρ^0 -Photoproduktion.

wie ein ρ^0 wechselwirkt, kann man zeigen [12, 13], daß für $t = 0$ dieser Effekt die Korrekturen, die durch die Modifikation des Propagators verursacht werden, kompensiert. Somit wäre wiederum g_ρ die geeignete Kopplungskonstante in Gleichung (2.5). Man sieht also, daß eine gewisse Unsicherheit in der Wahl der Kopplungskonstanten besteht. Die Kopplungskonstante \tilde{g}_ρ kann man durch Anpassen an Formfaktor-Daten des Pions abschätzen [2]. Sie ist ungefähr um 20% größer als g_ρ . In den späteren Rechnungen werden daher wie in Modell I aus [1] effektive Werte für die Kopplungskonstanten benutzt werden. Dazu werden die rein phänomenologischen Kopplungskonstanten \hat{g}_V in Anlehnung an Gleichung (2.6) eingeführt:

$$\frac{\hat{g}_V^2}{4\pi} = \alpha_{em} \frac{|\mathcal{M}_V|^2}{|\mathcal{M}_{\gamma V}|^2}$$

und an die Daten zur diffraktiven Photoproduktion von Vektormesonen angepaßt. Die effektiven Kopplungskonstanten \bar{g}_V bestimmt man dann aus

$$\frac{\bar{g}_V^2}{4\pi} = \left(\frac{g_V^2}{4\pi} \cdot \frac{\hat{g}_V^2}{4\pi} \right)^{1/2}.$$

Sie sind in Tabelle 2.1 angegeben. Der Einfachheit halber werden im folgenden die effektiven Kopplungskonstanten mit g_V bezeichnet.

V	ρ^0	ω	ϕ
$\frac{\bar{g}_V^2}{4\pi}$	2.20	23.6	18.4

Tabelle 2.1: Die effektiven SVD-Kopplungskonstanten \bar{g}_V aus [1]. Näheres dazu im Text.

Das einfache Vektormesonen-Dominanz-Modell hat sich bei der semi-quantitativen Beschreibung vieler Photoprozesse erfolgreich bewährt, es versagt aber bei Reaktionen, die Photonen mit großem Q^2 beinhalten (zum Beispiel die tiefinelastische Streuung von

Elektronen am Nukleon oder am Kern). Dieses kann man auf das Vernachlässigen der schwereren Vektormesonen und des $q\bar{q}$ -Kontinuums in der Summe über V in Gleichung (2.5) zurückführen. Der Beitrag dieser schweren hadronischen Komponenten gewinnt mit wachsendem Q^2 immer mehr an Bedeutung, wie aus Gleichung (2.5) zu erkennen ist. Den Ausweg liefern erweiterte Vektormeson-Dominanz-Modelle, die diese Komponenten berücksichtigen. Auf diese wird im nächsten Kapitel näher eingegangen.

Kapitel 3

Erweiterte Vektormesonen-Dominanz

In diesem Kapitel wird zunächst die tiefinelastische Streuung (DIS) von Elektronen am Nukleon beschrieben. Das Ziel ist es, klar zu machen, warum das einfache Vektormesonen-Dominanz-Modell aus Kapitel 2.2 die experimentellen Beobachtungen nicht richtig beschreibt. Eine ausführliche Diskussion der tiefinelastischen Streuung findet sich beispielsweise in Referenz [10]. Des weiteren wird in diesem Kapitel eine erweiterte Form der Vektormesonen-Dominanz vorgestellt, die eine korrekte Beschreibung der experimentellen Daten für kleine Werte der Bjorken-Skalenvariable ($x < 0.1$) liefert.

3.1 Tiefinelastische Streuung

Betrachtet wird nun die inelastische Streuung eines Elektrons mit Viererimpuls k an einem Nukleon mit Viererimpuls p . Der Viererimpulsübertrag

$$q = k - k'$$

auf das Nukleon ist immer raumartig, wie im Ruhesystems des Projektils leicht zu erkennen ist:

$$q^2 = 2m_e^2 - 2k \cdot k' = 2m_e^2 - 2m_e \sqrt{m_e^2 + \vec{k}'^2} < 0.$$

Es ist daher üblich wie in Gleichung (2.1) die positive Größe $Q^2 := -q^2$ einzuführen. Für sehr große Q^2 wird das Target-Nukleon zerstört und man beobachtet neben dem Elektron eine Ansammlung von Hadronen mit invarianter Masse $W^2 = (p + q)^2$ im Ausgangskanal. Man spricht dann von tiefinelastischer Streuung (siehe Abbildung 3.1).

Detektiert man nur das gestreute Elektron, so ergibt sich der inklusive Streuquerschnitt im Laborsystem zu

$$\frac{d^2\sigma}{d\Omega dE'} = \frac{\alpha_{em}^2}{Q^4} \frac{E'}{E} L^{\mu\nu} W_{\mu\nu}, \quad (3.1)$$

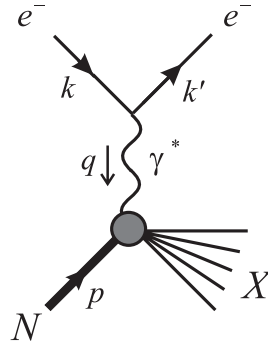


Abbildung 3.1: Tiefinelastische Elektron-Nukleon-Streuung in erster Ordnung der elektromagnetischen Kopplungskonstanten α_{em} .

wobei E und E' die Energie des Elektrons im Laborsystem vor bzw. nach dem Stoß bezeichnen. Der leptonische Tensor $L^{\mu\nu}$ hat dabei die einfache Form

$$L^{\mu\nu} = 2 \left(k^\mu k'^\nu + k'^\mu k^\nu + \frac{q^2}{2} g^{\mu\nu} \right).$$

Im hadronischen Tensor $W^{\mu\nu}$ ist die Kopplung des Photons an das Nukleon enthalten. Da das Nukleon im Gegensatz zum Elektron kein punktförmiges Teilchen ist, gehen in den hadronischen Tensor noch die sogenannten Strukturfunktionen $W_1(\nu, Q^2)$ und $W_2(\nu, Q^2)$ ein ($\nu = E - E'$):

$$W^{\mu\nu} = W_1(\nu, Q^2) \left(\frac{q^\mu q^\nu}{q^2} - g^{\mu\nu} \right) + \frac{1}{m_N^2} W_2(\nu, Q^2) \left(p^\mu - \frac{p \cdot q}{q^2} q^\mu \right) \left(p^\nu - \frac{p \cdot q}{q^2} q^\nu \right). \quad (3.2)$$

Der untere Teil des Diagramms in Abbildung 3.1 stellt lediglich die Absorption des emittierten virtuellen Photons γ^* dar. Der totale Wirkungsquerschnitt für diesen Absorptionsprozeß kann ebenfalls über den hadronischen Tensor aus Gleichung 3.2 ausgedrückt werden [10]:

$$\sigma_{\gamma^* N \rightarrow X}^\lambda = \frac{4\pi^2 \alpha_{em}}{K} \epsilon_\lambda^{\mu*} \epsilon_\lambda^\nu W_{\mu\nu} \quad (3.3)$$

$$K := \frac{(p+q)^2 - m_N^2}{2m_N}. \quad (3.4)$$

Wählt man die z -Achse in Richtung des Impulses \vec{q} des virtuellen Photons γ^* (Helizität λ), so sind seine Polarisationsvektoren ϵ_λ gegeben durch

$$\begin{aligned} \epsilon_{\pm 1} &= \mp \sqrt{\frac{1}{2}} (0; 1, \pm i, 0), \\ \epsilon_0 &= \frac{1}{\sqrt{Q^2}} (\sqrt{\nu^2 + Q^2}; 0, 0, \nu). \end{aligned}$$

Setzt man die entsprechenden Polarisationsvektoren und den hadronischen Tensor $W^{\mu\nu}$ aus (3.2) in Gleichung (3.3) ein, so erhält man den transversalen bzw. den longitudinalen

Streuquerschnitt:

$$\sigma_{\gamma^* N}^T = \frac{4\pi^2 \alpha_{em}}{K} W_1(\nu, Q^2) \quad (3.5)$$

$$\sigma_{\gamma^* N}^L = \frac{4\pi^2 \alpha_{em}}{K} \left(\frac{\nu^2 + Q^2}{Q^2} W_2(\nu, Q^2) - W_1(\nu, Q^2) \right). \quad (3.6)$$

Es soll im folgenden etwas genauer auf die Strukturfunktionen aus Gleichung (3.2) eingegangen werden. Sie sind die interessanten Größen der tiefinelastischen Streuung, da sie die Information über den Aufbau des Nukleons enthalten. Wäre das Nukleon ein punktförmiges Spin- $\frac{1}{2}$ -Teilchen, so wären die Strukturfunktionen durch

$$2m_N W_1^{\text{Punkt}}(\nu, Q^2) = \frac{Q^2}{2m_N \nu} \delta \left(1 - \frac{Q^2}{2m_N \nu} \right) \quad (3.7)$$

$$\nu W_2^{\text{Punkt}}(\nu, Q^2) = \delta \left(1 - \frac{Q^2}{2m_N \nu} \right) \quad (3.8)$$

gegeben und somit nur noch Funktionen des Verhältnisses $Q^2/2M_N \nu$ und nicht mehr von Q^2 und ν unabhängig voneinander. Da der leptonische Anteil des in Abbildung 3.1 gezeigten Diagramms gut verstanden ist, können die Strukturfunktionen durch Messung des inklusiven Streuquerschnittes (3.1) bestimmt werden. Dabei macht man folgende interessante Beobachtung: Führt man die dimensionslosen Strukturfunktionen

$$F_1(x, Q^2) = m_N W_1(\nu, Q^2) \quad (3.9)$$

$$F_2(x, Q^2) = \nu W_2(\nu, Q^2) \quad (3.10)$$

ein, so skalieren diese im sogenannten Bjorken-Limes

$$\nu, Q^2 \rightarrow \infty \quad \text{bei festem} \quad x = \frac{Q^2}{2m_N \nu}, \quad (3.11)$$

d.h. sie zeigen nur noch eine schwache logarithmische Abhängigkeit von Q^2 . Die Variable x wird daher als Bjorken-Skalenvariable bezeichnet. Im Bezugssystem, in dem der Energieübertrag $\nu = 0$ ist, dem Breit-System, ist die räumliche Auflösung des virtuellen Photons durch $\sqrt{Q^2}$ gegeben. Würde das virtuelle Photonen an quasifreien, punktförmigen Konstituenten des Nukleons den sogenannten Partonen streuen, so wären die dimensionslosen Strukturfunktionen unabhängig von Q^2 (siehe auch Gleichungen (3.7) und (3.8)).

Im Partonmodell von Feynman und Bjorken stellt man sich das Nukleon aus solch punktförmigen Partonen zusammengesetzt vor. Heute identifiziert man die geladenen Partonen mit den Quarks und die elektrisch neutralen mit den Gluonen. Betrachtet man den Streuprozess in einem schnell bewegten Bezugssystem (*Infinite Momentum Frame*), in dem sich das Target-Nukleon mit sehr hohem Impuls bewegt ($|\vec{p}| \rightarrow \infty$), so kann man die transversalen Impulse und die Ruhemassen der Partonen vernachlässigen und die innere Struktur des Nukleons wird in erster Näherung durch die longitudinalen Impulse bestimmt. Aufgrund der Zeitdilatation ist die Rate, mit der die Partonen untereinander

wechselwirken, stark reduziert, da während der kurzen Zeitspanne, in der das virtuelle Photon mit einem Parton wechselwirkt, keine weiteren Wechselwirkungen stattfinden. Die Bjorken-Variable x gibt in diesem Bild den Anteil des Target-Viererimpulses an, den das vom Photon getroffene Parton trägt. Führt man nun die Impuls-Verteilungsfunktionen $q_f(x)$ der Partonen ein, so ergibt sich die Strukturfunktion F_2 im Partonmodell als gewichtete Summe über diese Partonverteilungen:

$$F_2(x) = x \sum_f z_f^2 q_f(x).$$

Die Verteilungsfunktionen $q_f(x)dx$ geben hierbei die Wahrscheinlichkeit an, ein Parton des Typs f mit Ladung $z_f e$ im Nukleon zu finden, das einen Viererimpuls im Intervall $[xp, (x+dx)p]$ trägt (p ist der Viererimpuls des Nukleons). Nimmt man weiterhin an, daß die Partonen Spin-1/2-Fermionen (d.h. Quarks) sind, dann erhält man außerdem die experimentell relativ gut erfüllte Callan-Gross-Relation (siehe auch Gleichungen (3.7) und (3.8)):

$$F_2(x) = 2xF_1(x). \quad (3.12)$$

Mit Hilfe der Callan-Gross-Relation kann man eine Aussage über das Verhältnis von longitudinalem und transversalem Streuquerschnitt

$$R(\nu, Q^2) = \frac{\sigma_{\gamma^* N}^L(\nu, Q^2)}{\sigma_{\gamma^* N}^T(\nu, Q^2)}$$

machen. Mit den Ausdrücken (3.5) und (3.6) für die Wirkungsquerschnitte des virtuellen Photons ergibt sich dieses Verhältnis zu

$$R(\nu, Q^2) = \frac{W_2(\nu, Q^2)}{W_1(\nu, Q^2)} \left(1 + \frac{\nu^2}{Q^2} \right) - 1.$$

Damit läßt sich die dimensionslose Strukturfunktion F_2 aus Gleichung (3.10) durch F_1 aus (3.9) ausdrücken:

$$F_2(x, Q^2) = 2xF_1(x, Q^2) \frac{1 + R(\nu, Q^2)}{1 + Q^2/\nu^2}. \quad (3.13)$$

Der Vergleich von (3.13) mit der Callan-Gross-Relation (3.12) zeigt, daß der Quotient R aus longitudinalem und transversalem Photon-Nukleon-Querschnitt im Bjorken-Limes (3.11) gegen Null strebt:

$$R = \sigma^L/\sigma^T \approx 0. \quad (3.14)$$

Die Wechselwirkung des longitudinalen Photons mit dem Nukleon kann daher im Bjorken-Limes gegenüber der des transversalen Photons vernachlässigt werden.

Abschließend soll noch erklärt werden, wie die Skalenbrechung der Strukturfunktionen zu verstehen ist. Exaktes (d.h. Q^2 -unabhängiges) Skalenverhalten gilt nur, wenn das Nukleon aus wechselwirkungsfreien Quarks zusammengesetzt ist. Experimentell beobachtet

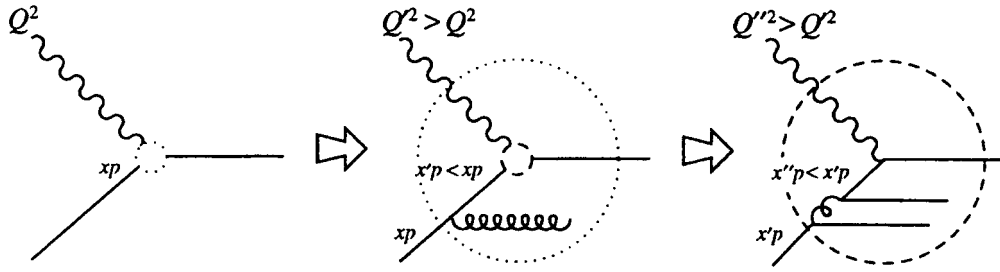


Abbildung 3.2: Strahlungs- und Paarbildungsprozesse erzeugen die Skalenabhängigkeit der Strukturfunktionen: Bei Übergang zu höheren Auflösungen ($Q''^2 > Q'^2 > Q^2$) “sieht” das Photon immer weichere Impulse ($x''p < x'p < xp$). Diese Abbildung stammt aus [14].

man aber für große x ($x > 0.2$) einen logarithmischen Abfall der Strukturfunktion F_2 mit Q^2 und für kleine x einen logarithmischen Anstieg. Diese logarithmische Brechung des Skalenverhaltens kann die Quantenchromodynamik, in der die starke Wechselwirkung durch den Austausch von Gluonen zwischen den Quarks beschrieben wird, erklären. Dazu begibt man sich wieder in das Breit-System, in dem die räumliche Auflösung des Photons durch $1/\sqrt{Q^2}$ gegeben ist. Der Übergang zu größeren Q^2 erlaubt die Auflösung kleinerer Längenskalen, wodurch aufgrund von Strahlungs- und Paarbildungsprozessen, wie sie in Abbildung 3.2 skizziert sind, die Verteilungen zu immer weicheren Impulsen, d.h. kleineren Werten von x , verschoben werden.

3.2 Erweitertes Vektormesonen-Dominanz-Modell

Das einfache Vektormesonen-Dominanz-Modell aus Abschnitt 2.2 liefert eine sehr gute Beschreibung von hochenergetischen Photon-Reaktionen bei kleinem Q^2 . In diesem Abschnitt soll nun erklärt werden, warum es für Prozesse mit großem Q^2 , zum Beispiel der tiefinelastischen Streuung, erweitert werden muß. Dazu betrachtet man wieder die im letzten Abschnitt eingeführte Strukturfunktion F_2 .

Durch Addition von Gleichung (3.5) und (3.6) erhält man

$$\sigma_{\gamma^*N}^T + \sigma_{\gamma^*N}^L = \frac{4\pi^2\alpha_{em}}{K} \left(1 + \frac{\nu^2}{Q^2}\right) W_2(\nu, Q^2).$$

Drückt man in dieser Gleichung W_2 unter Verwendung von (3.10) durch F_2 aus und berücksichtigt, daß sich der Photonenfluß K aus Gleichung (3.4) schreiben läßt als

$$K = (1 - x)\nu,$$

so erhält man einen Ausdruck für die dimensionslose Strukturfunktion in Abhängigkeit von den totalen Wirkungsquerschnitten $\sigma_{\gamma^*N}^{T/L}$ des virtuellen Photons:

$$F_2(x, Q^2) = \frac{1 - x}{1 + Q^2/\nu^2} \frac{Q^2}{4\pi^2\alpha_{em}} (\sigma_{\gamma^*N}^T + \sigma_{\gamma^*N}^L).$$

Für $\nu^2 \gg Q^2$ und kleine Werte der Bjorken-Skalenvariable x ($x < 0.1$) vereinfacht sich dieser Ausdruck zu

$$F_2(x, Q^2) \approx \frac{Q^2}{4\pi^2\alpha_{em}} \sigma_{\gamma^*N}^T, \quad (3.15)$$

weil in diesem Fall die transversalen γ^* den Hauptbeitrag zum totalen Wirkungsquerschnitt leisten (vgl. (3.14)). Im folgenden werden daher nur transversale virtuelle Photonen betrachtet und für $\sigma_{\gamma^*N}^T$ abkürzend nur noch $\sigma_{\gamma N}$ geschrieben.

Da sich für kleine $x = \frac{Q^2}{2m_N\nu}$ das Hadronen-Dominanz-Bild mittels (2.4) motivieren läßt, kann man den totalen Wirkungsquerschnitt $\sigma_{\gamma N}$ über SVD durch den totalen Vektormeson-Nukleon-Wirkungsquerschnitt σ_{VN} ausdrücken. Dazu verwendet man das optische Theorem, das den totalen Wirkungsquerschnitt mit der Vorwärtsstreuamplitude in Verbindung setzt [6]. Für den totalen Photon-Nukleon- Wirkungsquerschnitt gilt:

$$\sigma_{\gamma N} = \frac{1}{2\sqrt{s}p_\gamma^{cm}} \text{Im}\mathcal{M}_\gamma(s, t=0),$$

wobei $\mathcal{M}_\gamma(s, t=0)$ die Photon-Nukleon- Vorwärtsstreuamplitude und p_γ^{cm} den Impuls des Photons im Schwerpunktsystem bezeichnet. Analog lassen sich die totalen Vektormeson-Nukleon-Wirkungsquerschnitte durch die VN - Vorwärtsstreuamplituden $\mathcal{M}_V(s, t=0)$ ausdrücken:

$$\sigma_{VN} = \frac{1}{2\sqrt{s}p_V^{cm}} \text{Im}\mathcal{M}_V(s, t=0).$$

SVD liefert den folgenden einfachen Zusammenhang zwischen der Compton-Amplitude \mathcal{M}_γ und den elastischen Vektormeson-Nukleon Streuamplituden \mathcal{M}_V (vgl. Abbildung 3.3):

$$\mathcal{M}_\gamma(s, t) = \sum_{V=\rho,\omega,\phi} \left(\frac{em_V^2}{g_V} \right)^2 \left(\frac{1}{m_V^2 + Q^2} \right)^2 \mathcal{M}_V(s, t). \quad (3.16)$$

Für die hier betrachteten Energien ist der Unterschied zwischen dem Schwerpunktsimpuls des Photons p_γ^{cm} und dem Impuls p_V^{cm} des auf die Massenschale gesetzten Vektormesons bei gleichem s vernachlässigbar. Aus Gleichung (3.16) folgt daher:

$$\sigma_{\gamma N} = \sum_{V=\rho,\omega,\phi} \left(\frac{em_V^2}{g_V} \right)^2 \left(\frac{1}{m_V^2 + Q^2} \right)^2 \sigma_{VN}. \quad (3.17)$$

Die Vektormeson-Nukleon-Wirkungsquerschnitte σ_{VN} können bei den betrachteten Energien als konstant angenommen werden.

Setzt man Gleichung (3.17) in (3.15) ein, so erhält man den SVD-Ausdruck in Diagonalnäherung für die Strukturfunktion F_2 , der die in Abschnitt 3.1 beschriebene logarithmische Skalenbrechung nicht richtig wiedergibt:

$$\begin{aligned} F_2^{SVD}(x, Q^2) &= \frac{Q^2}{\pi} \sum_{V=\rho,\omega,\phi} \left(\frac{m_V^2}{g_V} \right)^2 \left(\frac{1}{m_V^2 + Q^2} \right)^2 \sigma_{VN} \\ &\sim \frac{1}{Q^2} \quad \text{für große } Q^2. \end{aligned} \quad (3.18)$$

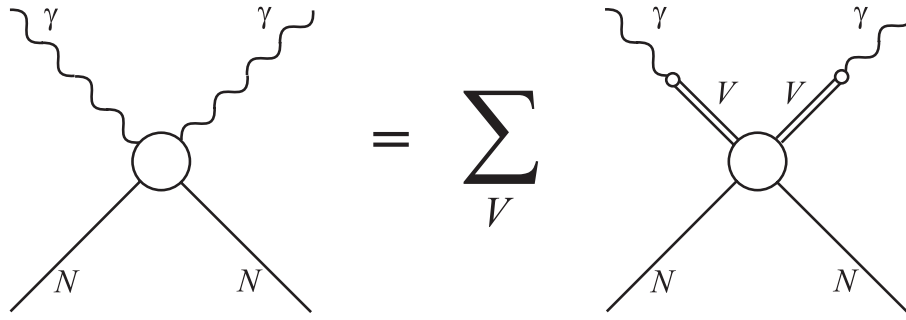


Abbildung 3.3: Zusammenhang zwischen der Compton-Amplitude \mathcal{M}_γ und den elastischen Vektormeson-Nukleon Streuamplituden \mathcal{M}_V in SVD. Nichtdiagonale Beiträge, bei denen ein Vektormeson V in ein anderes Vektormeson V' streut, werden hier vernachlässigt.

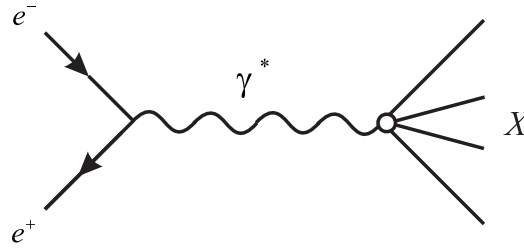


Abbildung 3.4: Das Elektron-Positron-Paar geht in ein (zeitartiges) virtuelles Photon über, das dann in Hadronen zerfällt.

Ein möglicher Ausweg besteht darin, nichtdiagonale Beiträge zu berücksichtigen. Solche erweiterten Vektormeson-Dominanz-Modelle werden beispielsweise in [2, 17, 18] verwendet.

Es soll nun eine erweiterte Version der Vektormeson-Dominanz vorgestellt werden, die auch bei Vernachlässigung der nichtdiagonalen Beiträge in der Lage ist, die Nukleonstrukturfunktionen bei kleinen x zu beschreiben. Bisher wurden in Gleichung (2.5) in der Summe über die hadronischen Fluktuationen des Photons nur die leichtesten Vektormesonen ρ^0, ω und ϕ berücksichtigt. Prinzipiell sind aber auch andere hadronische Beimischungen des Photons möglich, die in der Paarvernichtung von Elektronen und Positronen in Hadronen (siehe Abbildung 3.4) experimentell nachgewiesen werden können. Abbildung 3.5 zeigt das Verhältnis

$$R(s) = \frac{\sigma_{e^+e^- \rightarrow \text{Hadronen}}}{\sigma_{e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-}}.$$

Man erkennt weitere, massivere Vektormesonen wie das J/ψ und das ψ' und das $q\bar{q}$ -Kontinuum (u, d, s, c, b und t bezeichnen die Flavours der beteiligten Quarks). Für kleine Q^2 können diese schweren hadronischen Komponenten vernachlässigt werden, allerdings gewinnen sie für wachsende Q^2 an Bedeutung. Um das zu sehen, schreibt man die Summe in (3.18) in ein Integral über $R(s)$ um:

$$F_2^{SVD}(x, Q^2) = \frac{Q^2}{12\pi^3} \int_{4m_\pi^2}^{\infty} \frac{R^{SVD}(\mu^2) \mu^2}{(\mu^2 + Q^2)^2} \sigma_{hN}(\mu^2) d\mu^2$$

mit

$$R^{SVD}(\mu^2) = 12\pi^2 \sum_{V=\rho,\omega,\phi} \left(\frac{m_V}{g_V} \right)^2 \delta(\mu^2 - m_V^2) \quad (3.19)$$

$$\approx \frac{\sigma_{e^+e^- \rightarrow V=\rho,\omega,\phi}}{\sigma_{e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-}}.$$

Hierbei nimmt $\sigma_{hN}(\mu^2)$ für die Massen der Vektormesonen die Werte des jeweiligen Meson-Nukleon-Querschnittes an. Dies läßt sich auf das gesamte hadronische Spektrum erweitern:

$$F_2(x, Q^2) = \frac{Q^2}{12\pi^3} \int_{4m_\pi^2}^{\infty} \frac{R(\mu^2)\mu^2}{(\mu^2 + Q^2)^2} \sigma_{hN}(\mu^2) d\mu^2. \quad (3.20)$$

Der Faktor $\mu^2/(\mu^2 + Q^2)^2$ unter dem Integral in Gleichung (3.20) bewirkt, daß die Strukturfunktion F_2 von Zwischenzuständen mit einem Massequadrat $\mu^2 \sim Q^2$ dominiert wird. Für große Werte des Impulsübertrages ($Q^2 > m_\phi^2 \approx 1 \text{ GeV}^2$) sind das die schwach korrelierten Quark-Antiquark-Paare. Diese sorgen im e^+e^- -Annihilations-Spektrum (Abbildung 3.5) für das im wesentlichen konstante Verhältnis der Wirkungsquerschnitte bei großen (zeitartigen) Impulsen:

$$R = \frac{\sigma_{e^+e^- \rightarrow \text{hadrons}}}{\sigma_{e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-}} \approx 3 \sum_f z_f^2. \quad (3.21)$$

Hierbei wird über die gebrochenzahligen Ladungen aller Quarkflavors summiert, die bei der Schwerpunktsenergie \sqrt{s} in Paaren erzeugt werden können. Der Farbfaktor 3 wird vom Experiment eindrucksvoll bestätigt (siehe Abbildung 3.5).

Um nun mittels Gleichung (3.20) Aussagen über die Strukturfunktion F_2 des Nukleons treffen zu können, muß der effektive Wirkungsquerschnitt σ_{hN} für die Streuung der $q\bar{q}$ -Paare bekannt sein. Einen Ansatz hierfür liefert das Farbtransparenz-Bild (*Color-Transparency*), nach dem ein insgesamt farbneutrales Objekt mit kleiner transversaler Ausdehnung (d.h. Ausdehnung in der Ebene senkrecht zu seinem Impuls) nur schwach mit hadronischer Materie wechselwirkt. Die $q\bar{q}$ -Fluktuationen des Photons befinden sich in einem solchen Farb-Singlett-Zustand, daher kann man anzunehmen, daß ihr Streuquerschnitt mit ihrer transversalen Ausdehnung r skaliert ($\sigma \sim r^2$ [19]) und für große Werte von r in einen typischen hadronischen Wert sättigt. In [15] erhält W. Ratzka durch die geometrische Betrachtung der Dissoziation eines Photons in ein $q\bar{q}$ -Paar folgende Abschätzung für die transversale Ausdehnung:

$$r^2 \approx \frac{1}{\alpha(1-\alpha)} \frac{4\mu^2}{(\mu^2 + Q^2)^2},$$

wobei α den Bruchteil des Photonenimpulses angibt, der vom Quark getragen wird. Entsprechend ist $1 - \alpha$ der Bruchteil, der vom Antiquark getragen wird. Für den effektiven Wirkungsquerschnitt der Kontinuums- $q\bar{q}$ -Paare ergibt sich somit der folgende Ansatz:

$$\sigma_{hN}(\mu^2, \alpha) = K \cdot \min(R_c^2, r^2) \quad (3.22)$$

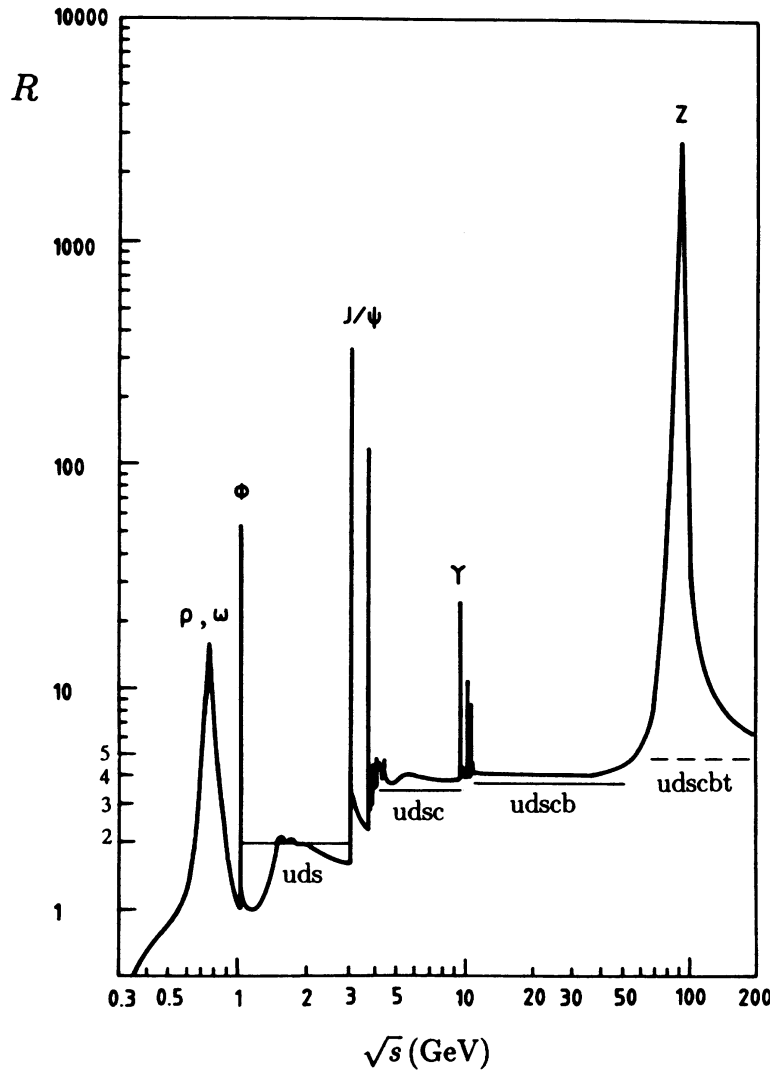


Abbildung 3.5: Wirkungsquerschnitt der Reaktion $e^+e^- \rightarrow \text{Hadronen}$, normiert auf den Prozeß $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$ als Funktion der Schwerpunktsenergie \sqrt{s} (schematisch). Die horizontalen Linien entsprechen $R = 6/3$, $R = 10/3$ und $R = 11/3$, den Werten, die man aus (3.21) je nach Anzahl der beteiligten Quarks erwartet. Gestrichelt ist außerdem der Wert $R = 15/3$ eingezeichnet, der sich bei Beteiligung des t -Quarks ergibt. Die Abbildung stammt aus Referenz [16].

mit einer noch festzulegenden Konstanten K und einem maximalen Radius R_c , der größenordnungsmäßig in der Gegend der Confinementskala, d.h. typischer hadronischer Radien liegen sollte. Der über α gemittelte Streuquerschnitt von $q\bar{q}$ -Paaren mit Masse μ ergibt sich daraus zu

$$\sigma_{hN}(\mu^2) = \int_0^1 d\alpha \sigma_{hN}(\mu^2, \alpha) \sim 1/\mu^2$$

(unter Vernachlässigung logarithmischer Terme $\sim \ln \mu^2$). Diese μ -Abhängigkeit des $q\bar{q}$ -Streuquerschnitts ist nötig, um Skalenverhalten für die Strukturfunktion sicherzustellen [20, 21, 22].

Zerlegt man die aus dem e^+e^- -Annihilationspektrum gewonnene Spektralfunktion $R(\mu^2)$ in Vektormesonon- und Kontinuumsbeiträge, so erhält man den folgenden Ausdruck für die Nukleonstrukturfunktion bei kleinen Werten der Bjorken-Variable x ($x < 0.1$):

$$F_2(x, Q^2) = \frac{Q^2}{\pi} \sum_V \left(\frac{m_V^2}{g_V} \right)^2 \left(\frac{1}{m_V^2 + Q^2} \right)^2 \sigma_{VN} + \frac{Q^2}{12\pi^3} \int_{m_\phi^2}^{\infty} \frac{R^{\text{kont}}(\mu^2) \mu^2}{(\mu^2 + Q^2)^2} \sigma_{hN}(\mu^2) d\mu^2, \quad (3.23)$$

wobei die Summe über $V = \rho, \omega, \phi, \psi, \psi'$ läuft und für $R^{\text{kont}} = R - R^{SV D}$ die Parametrisierung aus [14] verwendet wird:

$$R^{\text{kont}}(s) = \begin{cases} \frac{m_\rho^2 \Gamma_\rho^2 R_{\text{max}}}{(s - m_\rho^2)^2 + m_\rho^2 \Gamma_\rho^2} & \text{für } 4m_\pi^2 \leq s < 1.1 \text{ GeV}^2 \\ -20.3 + 31.8s^{1/2} - 13.9s + 1.7s^{3/2} & \text{für } 1.1 \text{ GeV}^2 \leq s < 3.9 \text{ GeV}^2 \\ -39.8 + 42.3s^{1/2} - 13.5s + 1.4s^{3/2} & \text{für } 3.9 \text{ GeV}^2 \leq s < 8.1 \text{ GeV}^2 \\ 2.5 & \text{für } 8.1 \text{ GeV}^2 \leq s < 16.0 \text{ GeV}^2 \\ 4.0 & \text{für } 16.0 \text{ GeV}^2 \leq s, \end{cases}$$

mit $m_\rho = 0.151 \text{ GeV}$ und $R_{\text{max}} = 8.1$. Die Aufspaltung (3.23) läßt sich anhand von Abbildung 3.5 motivieren. Die Beiträge der Vektormesononen zeichnen sich deutlich als Peaks vom nichtresonanten Untergrund ab. Sie können daher in erster Näherung durch (3.19) beschrieben werden. Lediglich das ρ^0 weist eine breitere Struktur auf. Später wird klar werden, daß diese bei der Beschreibung von Reaktionen reeller Photonen mit Energien knapp oberhalb 1 GeV eine wichtige Rolle spielt. Die tiefinelastische Streuung bei kleinen Bjorken- x beinhaltet aber Photonen mit sehr viel höheren Energien. Im folgenden wird daher, wie auch im einfachen Vektormesonon-Dominanz-Modell, die ρ^0 -Breite für hohe Photonenergien vernachlässigt.

In Abbildung 3.6 wird die Q^2 -Abhängigkeit des Ergebnisses (3.23) mit experimentellen Daten [23, 24, 25, 26] für verschiedene $x < 0.08$ verglichen. Die für die Vektormesononen verwendeten Massen, Kopplungskonstanten und Wirkungsquerschnitte sind in Tabelle 3.1 aufgelistet. Bei den hier betrachteten Energien können die Wirkungsquerschnitte der Vektormesononen als annähernd konstant angesehen werden. Die Konstante K in Gleichung (3.22) wurde auf $K = 1.7$ festgelegt und der Abschneideradius auf $R_c = 1.3 \text{ fm}$. Man sieht eine gute Übereinstimmung mit den Daten. Die gestrichelte Linie stellt den Beitrag der Vektormesononen in Gleichung (3.23) dar. Für $Q^2 = 1 \text{ GeV}^2$ stellen diese fast die Hälfte von F_2 . Für große Q^2 liefert das $q\bar{q}$ -Kontinuum den dominanten Beitrag zur Strukturfunktion.

In Kapitel 7 wird der bei kleinen Werten der Bjorken-Skalenvariable x beobachtete Abschattungseffekt in der tiefinelastischen Streuung am Atomkern diskutiert. Das dort verwendete Modell führt die Wechselwirkung des virtuellen Photons mit dem Kern auf Wechselwirkungen mit einzelnen Nukleonen zurück. Um diese nukleonischen Wechselwirkungen

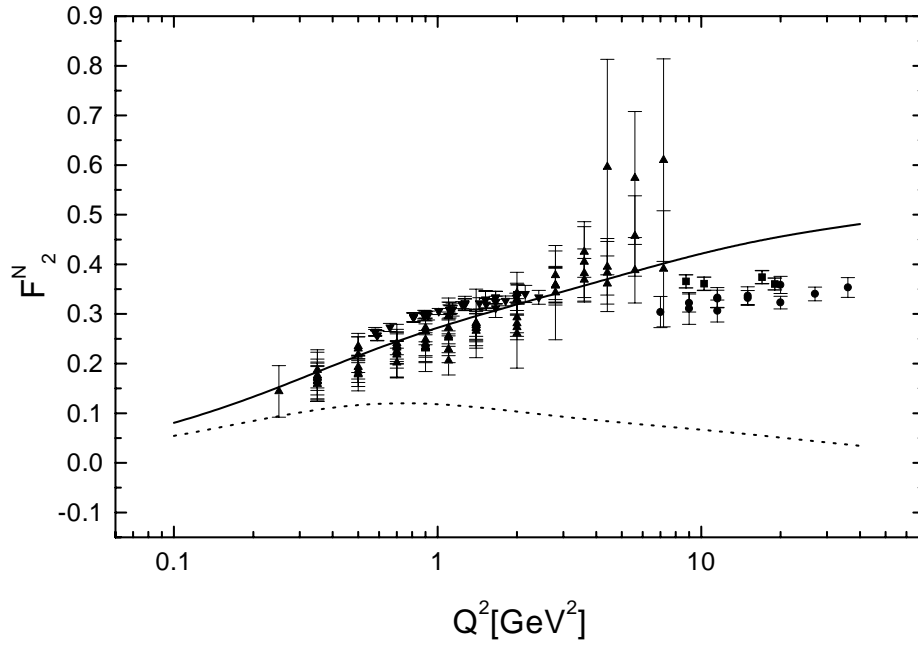


Abbildung 3.6: Die Strukturfunktion des Nukleons für kleine x ($x < 0.08$). Die durchgezogene Linie entspricht dem Ergebnis von Gleichung (3.23), die gestrichelte stellt den Beitrag der Vektormesonen zu F_2 dar. Die experimentellen Daten stammen aus: • [23], ■ [24], ▲ [25], ▼ [26].

V	m_V/MeV	$\frac{g_V^2}{4\pi}$	σ_{VN}/mb
ρ	770	2.2	20.8
ω	782	23.6	20.8
ϕ	1019	18.4	12.0
J/ψ	3097	10.5	2.2
ψ'	3686	30.6	1.3

Tabelle 3.1: In Gleichung (3.23) verwendete Massen, Kopplungskonstanten und Nukleon-Streuquerschnitte der Vektormesonen. Die Massen sind Ref. [27] entnommen. Die Kopplungskonstanten und Querschnitte für ρ, ω und ϕ stammen aus Ref. [1] und die für J/ψ und ψ' sind wie in Ref. [14] gewählt. Die VN -Wirkungsquerschnitte können für große Energien als konstant angenommen werden.

zu beschreiben, wird auf das in diesem Kapitel vorgestellte erweiterte Vektormeson-Dominanz-Modell zurückgegriffen, da es die Wechselwirkung eines virtuellen Photons mit dem Nukleon bei kleinen x sehr gut beschreibt.

Kapitel 4

Der Abschattungseffekt

Im folgenden soll das Auftreten des Abschattungseffekts bei photonuklearen Reaktionen mittels einfacher physikalischer Argumente [28] erklärt werden. Die detaillierte, theoretische Beschreibung im Rahmen des Glauber-Modells wird auf das nächste Kapitel verschoben. Zunächst wird der Abschattungseffekt anhand von Reaktionen hochenergetischer Hadronen (z.B. Pionen) mit dem Atomkern diskutiert. Darauf aufbauend kann man dann, unter Berücksichtigung der in Abschnitt 2.2 und 3.2 angesprochenen hadronischen Struktur des Photons, die Abschattung von Photonen motivieren.

4.1 Abschattung von Hadronen

In Abbildung 4.1 ist ein Strahl hochenergetischer Hadronen mit Impuls $k\vec{e}_z$ gezeigt, der unter dem Stoßparameter \vec{b} auf einen im Ursprung des Laborsystems ruhenden Atomkern trifft. Aufgrund des hohen Impulses k kann man annehmen, daß der Strahl den Kern bei festem Stoßparameter (Eikonalnäherung) durchläuft. Reagiert ein Hadron auf seinem Weg durch den Kern mit einem Nukleon, so wird es aus dem Strahl entfernt. Klassisch ergibt sich daher die Intensität des Strahls nach Durchlaufen der Strecke $z_2 - z_1$ zu

$$I(\vec{b}, z_2) = I(\vec{b}, z_1) \exp \left[- \int_{z_1}^{z_2} \frac{dz'}{\lambda_h(\vec{b}, z')} \right], \quad (4.1)$$

mit der klassischen freien Weglänge des Hadrons im Kern

$$\lambda_h(\vec{b}, z) = \frac{1}{n(\vec{b}, z)\sigma_{hN}}.$$

σ_{hN} ist der totale Hadron-Nukleon-Wirkungsquerschnitt und $n(\vec{r})$ ist die auf A normierte Nukleonendichte des Kerns.

Quantenmechanisch ist die Intensität gleich dem Absolutquadrat der hadronischen Wellenfunktion $\psi(\vec{b}, z)$:

$$I(\vec{b}, z) \sim |\psi(\vec{b}, z)|^2.$$

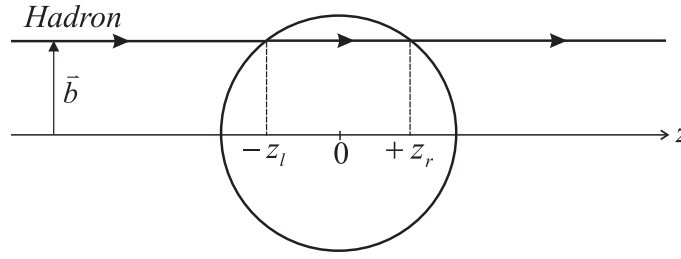


Abbildung 4.1: Ein Strahl hochenergetischer Hadronen tritt an der Stelle $-z_l$ in den Kern ein, durchläuft ihn bei festem Stoßparameter \vec{b} (Eikonalnäherung) und verläßt ihn an der Stelle $+z_r$.

Mit Gleichung (4.1) folgt daher für die Abschwächung der Amplitude

$$|\psi(\vec{b}, z_2)| = \exp \left[- \int_{z_1}^{z_2} \frac{dz'}{2\lambda_h(\vec{b}, z')} \right] |\psi(\vec{b}, z_1)|.$$

Berücksichtigt man, daß die Phase einer Welle mit Impuls k in z -Richtung durch

$$\psi(\vec{b}, z) \sim e^{ikz}$$

gegeben ist und verwendet das optische Theorem

$$\sigma_{hN} = \frac{4\pi}{k} \text{Im} f_{hN}(\vec{0}),$$

um σ_{hN} durch die Vorwärtsstreuamplitude $f_{hN}(\vec{0})$ für den Prozeß $hN \rightarrow hN$ auszudrücken, so erhält man:

$$e^{-ikz_2} \psi(\vec{b}, z_2) = \exp \left[- \frac{1}{2ik} \int_{z_1}^{z_2} dz' 4\pi n(\vec{b}, z') i \text{Im} f_{hN}(\vec{0}) \right] e^{-ikz_1} \psi(\vec{b}, z_1).$$

Um außer der Absorption ($\text{Im} f_{hN}$) der hadronischen Welle auch ihre Brechung ($\text{Re} f_{hN}$) zu berücksichtigen, kann man diesen Ausdruck durch die Ersetzung

$$i \text{Im} f_{hN}(\vec{0}) \rightarrow f_{hN}(\vec{0})$$

verallgemeinern zu

$$e^{-ikz_2} \psi(\vec{b}, z_2) = \exp \left[- \frac{1}{2ik} \int_{z_1}^{z_2} dz' 4\pi n(\vec{b}, z') f_{hN}(\vec{0}) \right] e^{-ikz_1} \psi(\vec{b}, z_1). \quad (4.2)$$

Vergleicht man Gleichung (4.2) mit dem Resultat, das man in Eikonalnäherung für die Propagation einer Welle durch ein Potential $U(\vec{r})$ erhält [29]:

$$e^{-ikz_2} \psi(\vec{b}, z_2) = \exp \left[\frac{1}{2ik} \int_{z_1}^{z_2} dz' U(\vec{b}, z') \right] e^{-ikz_1} \psi(\vec{b}, z_1),$$

so kann man ein effektives oder “optisches” Potential identifizieren

$$U(\vec{b}, z) = -4\pi n(\vec{b}, z) f_{hN}(\vec{0}). \quad (4.3)$$

In dieser Arbeit werden relativistische Teilchen unter Vernachlässigung aller spin-abhängigen Effekte behandelt. Das Potential U ist daher in der Klein-Gordon-Gleichung zu verwenden:

$$(\nabla^2 + E^2 - m^2 - U)\psi = 0.$$

Es soll nun ein Ausdruck für den totalen Hadron-Kern-Wirkungsquerschnitt σ_{hA} hergeleitet werden. Dazu betrachtet man wieder den in Abbildung 4.1 dargestellten Fall einer einlaufenden ebenen Hadronen-Welle e^{ikz} , die unter dem Stoßparameter \vec{b} an der Stelle $z = -z_l$ in den Kern eindringt und ihn bei $z = +z_r$ wieder verläßt. Die auslaufende Welle $\psi^{(+)}$ kurz hinter dem Kern ist dann nach Gleichung (4.2) gegeben durch

$$\begin{aligned} \psi^{(+)}(\vec{b}, z) &= \exp \left[-\frac{2\pi}{ik} \int_{-z_l}^{+z_r} dz' n(\vec{b}, z') f_{hN}(\vec{0}) \right] e^{ikz} \\ &= e^{ikz} - ,_A(\vec{b}) e^{ikz}, \end{aligned} \quad (4.4)$$

wobei die sogenannte Kern-Profilfunktion

$$,_A(\vec{b}) = 1 - \exp \left[-\frac{2\pi}{ik} \int_{-\infty}^{\infty} dz' n(\vec{b}, z') f_{hN}(\vec{0}) \right] \quad (4.5)$$

eingeführt wurde. (Da die Nukleonen-Dichte $n(\vec{r})$ außerhalb des Kerns verschwindet, kann man in Gleichung (4.5) von $-\infty$ bis $+\infty$ integrieren.) Auf die Bedeutung von $,_A$ wird in Kapitel 5 noch näher eingegangen. Die Amplitude F_{hh} für die elastische Streuung des Hadrons am Kern läßt sich mittels des aus der Streutheorie [29] bekannten Ausdrucks

$$F_{hh} = -\frac{1}{4\pi} \int d^3r e^{-i\vec{k}' \cdot \vec{r}} U(\vec{r}) \psi^{(+)}(\vec{r})$$

sowie Gleichungen (4.3) und (4.4) bestimmen. Hierbei bezeichnet \vec{k}' ($|\vec{k}'| = |\vec{k}|$) den Impuls im Ausgangskanal. Da das Potential $U(\vec{r})$ außerhalb des Kerns verschwindet, ist die Kenntnis der Wellenfunktion kurz hinter dem Kern (4.4) ausreichend. Definiert man den Impulsübertrag $\vec{q} = \vec{k} - \vec{k}' = (\vec{q}_T, q_z)$, so erhält man:

$$\begin{aligned} F_{hh}(\vec{q}) &= \int d^2b \int_{-\infty}^{\infty} dz e^{i\vec{q}_T \cdot \vec{b}} e^{iq_z z} n(\vec{b}, z) f_{hN}(\vec{0}) \exp \left[\frac{-2\pi}{ik} \int_{-\infty}^z dz' n(\vec{b}, z') f_{hN}(\vec{0}) \right] \\ &= -\frac{ik}{2\pi} \int d^2b e^{i\vec{q}_T \cdot \vec{b}} \int_{-\infty}^{\infty} dz e^{iq_z z} \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \exp \left[\frac{-2\pi}{ik} \int_{-\infty}^z dz' n(\vec{b}, z') f_{hN}(\vec{0}) \right] \right\}. \end{aligned}$$

Für Streuungen unter kleinen Winkeln θ ist der longitudinale Impulsübertrag

$$\begin{aligned} q_z &= (\vec{k} - \vec{k}') \cdot \vec{e}_z \\ &= k - k \cos \theta \\ &\approx \frac{1}{2} k \theta^2 \end{aligned}$$

vernachlässigbar und man kann die z -Integration ausführen:

$$F_{hh}(\vec{q}_T) = \frac{ik}{2\pi} \int d^2b e^{i\vec{q}_T \cdot \vec{b}}, \quad {}_A(\vec{b}). \quad (4.6)$$

Die Streuamplitude für elastische Streuung am Kern ist also lediglich die zweidimensionale Fouriertransformierte der Kern-Profilfunktion. Die meisten aus der Streutheorie bekannten Größen lassen sich daher durch die Kern-Profilfunktion ausdrücken: Der differentielle Streuquerschnitt ist gegeben durch

$$\frac{d\sigma^{\text{el}}}{d\Omega}(hA \rightarrow hA) = |F_{hh}(\vec{q}_T)|^2.$$

Integriert man über den Raumwinkel, erhält man den totalen elastischen Streuquerschnitt

$$\begin{aligned} \sigma_{hA}^{\text{el}} &= \int d\Omega |F_{hh}|^2 \\ &= \left(\frac{k}{2\pi}\right)^2 \int d^2b \int d^2b' \int d\Omega e^{i\vec{q}_T \cdot (\vec{b} - \vec{b}')} {}_A(\vec{b}), {}_A^*(\vec{b}'), \end{aligned} \quad (4.7)$$

wobei $\vec{q}_T \approx \vec{k} - \vec{k}'$. Da die Streuung für große k in Vorwärtsrichtung konzentriert ist, kann man die Integration über die Kugeloberfläche mit Radius $|\vec{k}'| = k$ in (4.7) durch eine Integration auf einer Ebene im \vec{k}' -Raum tangential zur Kugeloberfläche bei $\vec{k}' = \vec{k}$ ersetzen:

$$d\Omega_{k'} \approx \frac{d^2k'}{k^2}, \quad (4.8)$$

wobei das differentielle Flächenelement d^2k' in der Fläche senkrecht zu \vec{k} liegt. Verwendet man weiterhin

$$\int d^2k' e^{i(\vec{k} - \vec{k}') \cdot (\vec{b} - \vec{b}')} = (2\pi)^2 \delta^{(2)}(\vec{b} - \vec{b}'),$$

so erhält man:

$$\sigma_{hA}^{\text{el}} = \int d^2b |{}_A(\vec{b})|^2. \quad (4.9)$$

Der totale Wirkungsquerschnitt ist über das optische Theorem durch

$$\begin{aligned} \sigma_{hA} &= \frac{4\pi}{k} \text{Im} F_{hh}(\vec{0}) \\ &= 2 \int d^2b \text{Re} {}_A(\vec{b}) \end{aligned} \quad (4.10)$$

gegeben. Der inelastische Wirkungsquerschnitt läßt sich dann aus (4.9) und (4.10) berechnen:

$$\sigma_{hA}^{\text{inel}} \equiv \sigma_{hA} - \sigma_{hA}^{\text{el}} = \int d^2b \{1 - |{}_A(\vec{b})|^2\}.$$

Es soll nun noch die Stärke des nuklearen Abschattungseffekts für hadronische Projektile untersucht werden. Dazu wird der totale nukleare Wirkungsquerschnitt σ_{hA} aus Gleichung (4.10) mit dem Wirkungsquerschnitt verglichen, den man erhalten würde, falls alle A Nukleonen im Kern mit gleicher Wahrscheinlichkeit an der Reaktion teilnehmen:

$$\frac{\sigma_{hA}}{A\sigma_{hN}} = \frac{A_{\text{eff}}}{A}. \quad (4.11)$$

Unter der Annahme einer sphärischen, gleichförmigen Dichteverteilung

$$n_0 = \frac{A}{\frac{4}{3}\pi R^3} \quad (4.12)$$

mit dem Kernradius R und der sich daraus ergebenden mittleren freien Weglänge des Hadrons in Kernmaterie $\lambda_h = 1/(n_0\sigma_{hN})$ können die Integrationen in Gleichungen (4.5) und (4.10) leicht ausgeführt werden, und man erhält:

$$\frac{A_{\text{eff}}}{A} = \frac{3}{(R/\lambda_h)^3} \left[(1 + R/\lambda_h)e^{-R/\lambda_h} - 1 + \frac{1}{2}(R/\lambda_h)^2 \right]. \quad (4.13)$$

In Abbildung 4.2 ist A_{eff}/A als Funktion des Verhältnisses von Kernradius R und mittlerer freier Weglänge λ_h dargestellt. Um einen quantitativen Eindruck des Abschattungseffekts für hadronische Projektile zu erhalten, wird in Tabelle 4.1 die mittlere freie Weglänge λ_π eines Pions mit diversen Kernradien verglichen. Die Kernradien werden hierbei durch die einfache Beziehung $R = r_0 A^{1/3}$, $r_0 = 1.12$ fm, abgeschätzt und für den totalen πN -Wirkungsquerschnitt wird $\sigma_{\pi N} = 25$ mb angesetzt. Dies entspricht einer mittleren freien Weglänge $\lambda_\pi = 2.4$ fm des Pions in Kernmaterie. Man beobachtet insbesondere für schwere Kerne eine starke Abschwächung des nuklearen Wirkungsquerschnitt im Vergleich zum A -fachen des nukleonischen Wirkungsquerschnitts.

<i>Kern</i>	R/fm	R/λ_π	A_{eff}/A
C	2.6	1.1	0.69
Cu	4.5	1.9	0.54
Pb	6.6	2.8	0.43

Tabelle 4.1: Mittels Gleichung (4.13) abgeschätzte Stärke des Abschattungseffekts für Pionen ($\lambda_\pi = 2.4$ fm).

Interessant sind noch die beiden Grenzfälle $\lambda_h \gg R$ und $\lambda_h \ll R$: Für $\lambda_h \gg R$ folgt aus Gleichung (4.11) und (4.13) durch Entwickeln der Exponentialfunktion:

$$\sigma_{hA} = A\sigma_{hN},$$

d.h. alle Nukleonen des Kerns nehmen gleichermaßen an der Reaktion teil und man beobachtet keinen Abschattungseffekt. Für $\lambda_h \ll R$ folgt mit $\lambda_h = 1/(n_0\sigma_{hN})$ und (4.12):

$$\sigma_{hA} = 2\pi R^2. \quad (4.14)$$

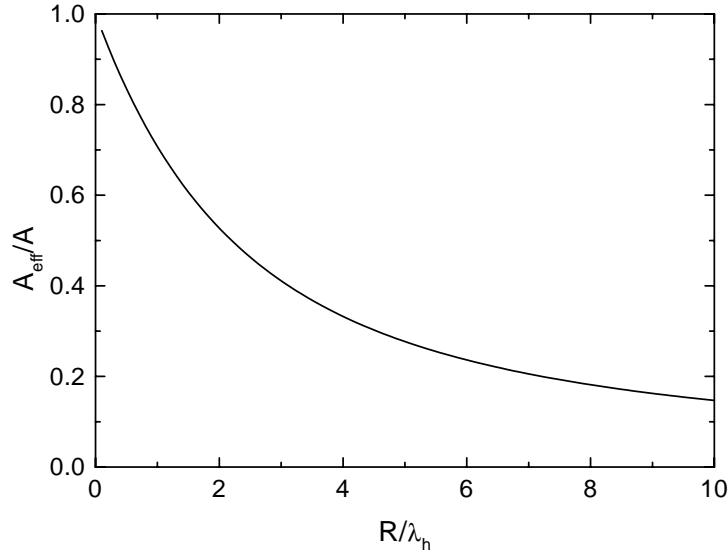


Abbildung 4.2: Mittels Gleichung (4.13) berechnetes Verhältnis von A_{eff}/A , aufgetragen gegen den Quotienten aus Kernradius R und mittlerer freier Weglänge des Hadrons λ_h .

In diesem sogenannten “*black disc*”-Limes absorbieren die an der Vorderseite des Kerns liegenden Nukleonen die einlaufenden Pionen und schatten die dahinterliegenden Nukleonen ab.

Man beachte, daß der Photon-Nukleon-Wirkungsquerschnitt gegenüber dem Hadron-Nukleon-Wirkungsquerschnitt um den Faktor α_{em} unterdrückt ist. Daher würde man für Photonen wegen $\lambda_\gamma \gg \lambda_h$ naiverweise keine Abschattung erwarten, sondern

$$\sigma_{\gamma A} = A\sigma_{\gamma N}.$$

Warum dies nicht der Fall ist, soll im nächsten Abschnitt erörtert werden.

4.2 Abschattung von Photonen

Bei der Diskussion des Vektormesonen-Dominanz-Modells in Abschnitt 2.2 und 3.2 wurde festgestellt, daß sich das Photon zeitweise wie ein Hadron verhält. Im letzten Abschnitt wurde gezeigt, daß hadronische Reaktionen in Kernen abgeschattet werden. Stodolsky [30] war der erste, der daraus schlußfolgerte, daß auch die Wechselwirkung des Photons in Kernen abgeschattet wird. In diesem Abschnitt wird dieser Idee nachgegangen und die Rolle der Kohärenzlänge besprochen. Tatsächlich ist der Abschattungseffekt aber unabhängig von der Vektormesonen-Dominanz-Hypothese, wie im Rahmen des Glauber-Modells gezeigt werden wird.

Das physikalische Photon wechselwirkt mit Hadronen und hat daher einen hadronischen Beitrag zu seiner Selbstenergie (siehe Abbildung 1.2). Das Photon fluktuiert also zwischen

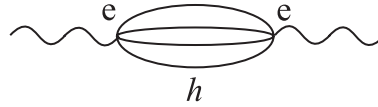


Abbildung 4.3: Die Kopplung einer hadronischen Fluktuation h an das Photon ist $\sim e^2$.

einem “nackten” Photonenzustand und hadronischen und elektromagnetischen Zuständen mit den Quantenzahlen des Photons. Die Wahrscheinlichkeit, daß sich das Photon in einem hadronischen Zustand befindet, bzw. der Bruchteil der Zeit, den das Photon als Superposition von Hadronen vorliegt, ist durch die Feinstrukturkonstante α_{em} gegeben (siehe Abbildung 4.3). Wenn das Photon mit einem Target wechselwirkt, während es sich in solch einem hadronischen Zustand befindet, verhält es sich wie ein Hadron (anderenfalls wie ein “nacktes” Photon, etc.). Im weiteren wird die Möglichkeit, daß das Photon als elektromagnetisches System (z.B. einem e^+e^- -Paar) wechselwirkt, vernachlässigt, da solche Beiträge von der Ordnung α_{em}^2 sind. Die Wechselwirkung des “nackten” Photons ist wegen seines kleinen Wirkungsquerschnitts für alle Nukleonen im Kern gleichwahrscheinlich. Es trägt daher zum nichtabgeschatteten Anteil des nuklearen Wirkungsquerschnitts bei. In Abschnitt 2.2 wurde mittels zeitgeordneter Störungstheorie gezeigt, daß die Wechselwirkung des “nackten” Photons erst ab sehr hohen Photonenergien vernachlässigbar wird. Für kleine Energien erwartet man daher keine Abschattung. Der Abschattungseffekt kommt dadurch zustande, daß eine hadronische Fluktuation lange genug lebt, um mit mehreren Nukleonen im Kern zu reagieren. Man beobachtet ein Einsetzen des Abschattungseffekts oberhalb einer bestimmten Photonenergie ν_c , deren Größe im folgenden durch einfache physikalische Argumente [28] abgeschätzt werden soll.

Um wie ein richtiges Hadron wechselzuwirken, muß eine hadronische Fluktuation lange genug existieren. Die Strecke l_h , die die hadronische Fluktuation eines Photons mit Energie ν und Impuls \vec{k} zurücklegt, wird *Kohärenzlänge* genannt und kann mit Hilfe der Unschärferelation abgeschätzt werden:

$$l_h \approx ||\vec{k}| - |\vec{p}_h|||^{-1} = \left| |\vec{k}| - \sqrt{\nu^2 - m_h^2} \right|^{-1}. \quad (4.15)$$

Hierbei ist \vec{p}_h der Impuls des Hadrons mit Masse m_h und Energie ν , wenn es sich auf seiner Massenschale befände. Für große Energien $\nu^2 \gg m_h^2$, Q^2 vereinfacht sich dieser Ausdruck zu

$$l_h \approx \frac{2\nu}{Q^2 + m_h^2} \quad (4.16)$$

mit $Q^2 = \vec{k}^2 - \nu^2$. Diesen Grenzfall für die Kohärenzlänge hätte man auch aus (2.3) mittels

$$l_h \approx \frac{1}{\Delta E}$$

abschätzen können. Die Kohärenzlänge der Fluktuation eines reellen ($Q^2 = 0$) Photons mit Energie $\nu = 10$ GeV in ein ρ -Meson beträgt $l_h \approx 7$ fm; die eines reellen 1 GeV Photons

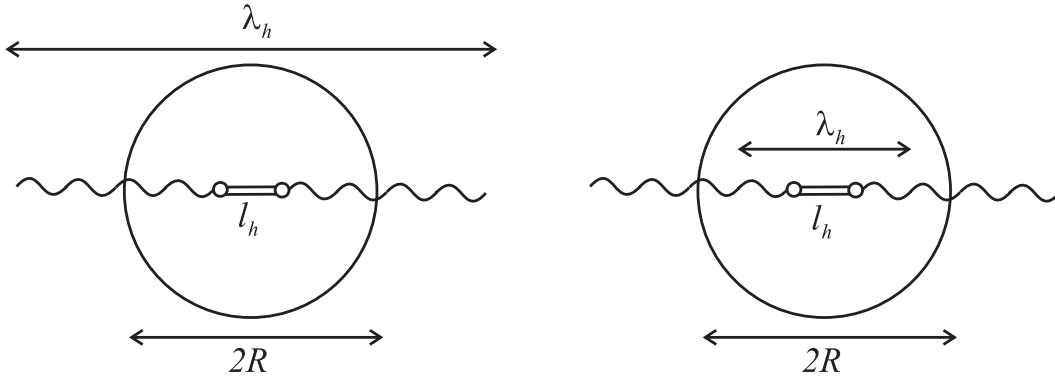


Abbildung 4.4: Wechselwirkung einer hadronischen Fluktuation des Photons mit dem Atomkern.
Links: Die mittlere freie Weglänge λ_h der Fluktuation ist sehr viel größer als der Kernradius R . Es tritt kein Abschattungseffekt auf. *Rechts:* Die mittlere freie Weglänge λ_h ist sehr viel kleiner als der Kernradius R . Für kleine Photonenergien ist allerdings die Kohärenzlänge l_h so klein, daß wiederum kein Abschattungseffekt auftritt.

beträgt nur $l_h \approx 0.7$ fm. Um die Energie abzuschätzen, bei der der nukleare Abschattungseffekt eintritt, muß man die Kohärenzlänge l_h mit den beiden anderen Längenskalen, dem Kernradius R und der mittleren freien Weglänge λ_h des Hadrons im Kern, vergleichen. Es sind die vier folgenden Fälle zu unterscheiden:

- (1) $\lambda_h \gg R$ (siehe Abbildung 4.4 links), d.h. σ_{hN} ist sehr klein.

Die mittlere freie Weglänge des Hadrons im Kern ist sehr viel größer als der Kernradius. Die Wahrscheinlichkeit, daß das Hadron mit einem bzw. mehreren Nukleonen des Kerns wechselwirkt, ist daher sehr klein (wie die des “nackten” Photons) und man beobachtet keinen Abschattungseffekt:

$$\sigma_{\gamma A} \approx A\sigma_{\gamma N}$$

Dieses Resultat ist unabhängig von der Energie des Photons. D.h. selbst wenn die Energie des Photons massiveren Fluktuationen (z.B. dem ψ) eine genügend große Kohärenzlänge ermöglicht, tragen diese aufgrund ihres kleinen nukleonischen Wirkungsquerschnittes ebenso wie das “nackte” Photon zum nichtabgeschatteten Teil des nuklearen Wirkungsquerschnitts bei.

- (2) $R \gg \lambda_h \gg l_h$ (siehe Abbildung 4.4 rechts), d.h. ν ist klein und σ_{hN} ist groß.

Der nukleare Wirkungsquerschnitt kann durch das Produkt aus geometrischem Wirkungsquerschnitt πR^2 und den folgenden beiden Wahrscheinlichkeiten abgeschätzt werden. Die erste Wahrscheinlichkeit ist die, daß das Photon in einen hadronischen Zustand fluktuiert, während es den Kern durchquert. Da der Abstand zwischen zwei Fluktuationen durch l_h/α_{em} gegeben ist, ist diese Wahrscheinlichkeit

$$P_f = \alpha_{em} \frac{R}{l_h}.$$

Die zweite Wahrscheinlichkeit ist die, daß diese hadronische Fluktuation mit einem Nukleon wechselwirkt, bevor sie wieder verschwindet:

$$P_i = \frac{l_h}{\lambda_h}.$$

Daraus ergibt sich der nukleare Photoabsorptionsquerschnitt zu

$$\sigma_{\gamma A} \sim \pi R^2 \left(\alpha_{em} \frac{R}{l_h} \right) \left(\frac{l_h}{\lambda_h} \right) \sim A \alpha_{em} \sigma_{hN} \approx A \sigma_{\gamma N},$$

d.h. bei kleinen Energien beobachtet man keinen Abschattungseffekt.

- (3) $R \gg l_h \gg \lambda_h$ (siehe Abbildung 4.5 links), d.h. mittlere Photonenergien ν .

Die erste Wahrscheinlichkeit ist wie zuvor durch

$$P_f = \alpha_{em} \frac{R}{l_h}$$

gegeben. Da die hadronische Fluktuation lange genug existiert, um mehrere freie Weglängen λ_h zurückzulegen, wird sie sicherlich mit einem Nukleon reagieren, d.h.

$$P_i = 1.$$

In diesem Energiebereich ist der Wirkungsquerschnitt aufgrund quantenmechanischer Interferenzeffekte [28] noch um einen weiteren Faktor λ_h/l_h unterdrückt. Dieser Faktor wird sich im Glauber-Modell automatisch ergeben. Der nukleare Wirkungsquerschnitt ergibt sich daher zu

$$\sigma_{\gamma A} \sim \pi R^2 \left(\frac{\alpha_{em} R}{l_h} \right) 1 \left(\frac{\lambda_h}{l_h} \right) \sim \frac{\alpha_{em} A}{\nu^2}.$$

Er weist einen starken Abfall mit zunehmender Photonenergie ν auf.

- (4) $l_h \gg R \gg \lambda_h$ (siehe Abbildung 4.5 rechts), d.h. große Photonenergien ν .

Die Kohärenzlänge der hadronischen Fluktuation ist so groß, daß, falls sie auftritt, sie sich sicherlich über den gesamten Kern erstrecken wird:

$$P_f = \alpha_{em}.$$

Sie wird wie in Fall (3) auch sicherlich wechselwirken, d.h.

$$P_i = 1.$$

Daraus ergibt sich der vollständig abgeschattete Wirkungsquerschnitt

$$\sigma_{\gamma A} \sim \alpha_{em} \pi R^2.$$

Wie bei den hadronischen Reaktionen in Gleichung (4.14) nehmen bei sehr hohen Photonenergien nur die Nukleonen an der Vorderseite des Kerns an der Reaktion teil.

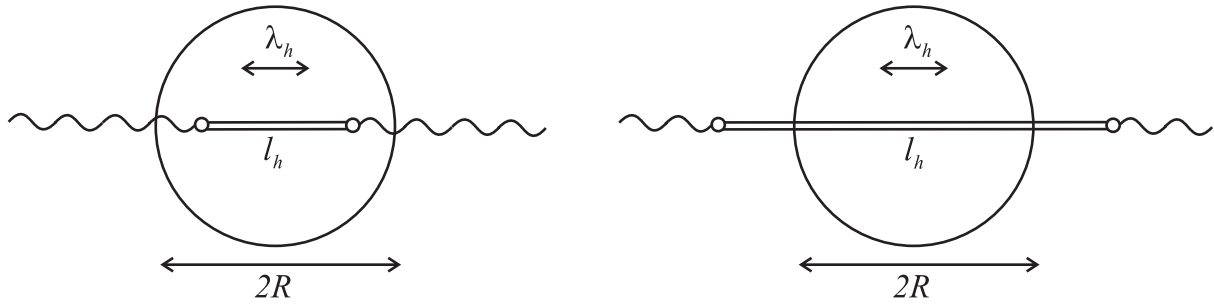


Abbildung 4.5: Wechselwirkung einer hadronischen Fluktuation des Photons mit dem Atomkern. *Links:* Die mittlere freie Weglänge λ_h der Fluktuation ist sehr viel kleiner als der Kernradius R . Bei mittleren Photonenergien entspricht die Kohärenzlänge l_h mehreren freien Weglängen, überschreitet allerdings noch nicht den Kernradius. Der Abschattungseffekt setzt ein. *Rechts:* Die Photonenergie ist so hoch, daß die Kohärenzlänge l_h groß gegenüber dem Kernradius ist. In diesem Energiebereich wird die Wechselwirkung des Photons durch seine hadronischen Komponenten dominiert. Dies ist der Bereich völliger Abschattung.

Der Abschattungseffekt setzt im Energiebereich (3) ein, wenn die Kohärenzlänge l_h der leichtesten hadronischen Fluktuation (Masse m_h) ungefähr gleich ihrer mittleren freien Weglänge λ_h im Kern ist:

$$l_h \approx \lambda_h.$$

Die entsprechende kritische Photonenergie ergibt sich daraus mit (4.16) und $\lambda_h = 1/n_0\sigma_{hN}$ zu

$$\nu_c = \frac{Q^2 + m_h^2}{2n_0\sigma_{hN}}.$$

Für die Fluktuation eines reellen Photons in die Vektormesonen ρ, ω, ϕ und ψ erhält man daraus mit den Massen aus Tabelle 3.1 sowie den Wirkungsquerschnitten $\sigma_{\rho N} = \sigma_{\omega N} = 25 \text{ mb}$, $\sigma_{\phi N} = 12 \text{ mb}$ und $\sigma_{\psi N} = 2.2 \text{ mb}$ die folgenden kritischen Energien

$$\begin{aligned} \nu_c(\rho) &= 3.8 \text{ GeV} \\ \nu_c(\omega) &= 3.9 \text{ GeV} \\ \nu_c(\phi) &= 14 \text{ GeV} \\ \nu_c(\psi) &= 693 \text{ GeV}. \end{aligned}$$

Als Kerndichte wurde $n_0 = 0.16 \text{ fm}^{-3}$ verwendet. Vernachlässigt man die nichtresonanten 2-Pionenzustände, so ist das ρ -Meson die leichteste hadronische Komponente des Photons und bestimmt mit seinen Eigenschaften das Einsetzen des Abschattungseffekts. Das ω spielt wegen seiner wesentlich schwächeren Kopplung an das Photon nur eine untergeordnete Rolle (vgl. Tabelle 3.1). Nach der obigen Abschätzung würde man dann das Einsetzen des Abschattungseffekts in Photoabsorptionsprozessen bei $\nu_c = 3.8 \text{ GeV}$ erwarten. Die experimentell beobachtete Energie liegt allerdings mit $\approx 1 \text{ GeV}$ weit unter diesem Wert. Da ν_c durch die Kohärenzlänge (4.15) bestimmt wird, könnte man dazu verleitet

werden, das frühere Einsetzen des Abschattungseffekts als Zeichen für eine Massenabsenkung des ρ -Mesons in Kernmaterie zu interpretieren. Natürlich sind die hier gemachten Abschätzungen zu ungenau, um Rückschlüsse auf eventuelle Mediummodifikationen des ρ -Mesons zu ziehen. Es wird daher in den nächsten beiden Kapiteln eine theoretische Beschreibung der Abschattung photonuklearer Prozesse vorgestellt, mit deren Hilfe dann in Abschnitt 8.3 erneut der Frage nach einer Mediummodifikation des ρ -Mesons nachgegangen wird.

Kapitel 5

Glauber-Vielfachstreuungs-Theorie

Das Ziel des Glauber-Modells [31, 32, 33] ist es, die Wechselwirkungen hochenergetischer Teilchen mit dem Atomkern auf fundamentalere Wechselwirkungen mit einzelnen Nukleonen des Kerns zurückzuführen. In dieser Arbeit wird dabei insbesondere auf den totalen photonuklearen Wirkungsquerschnitt eingegangen. Das Glauber-Modell ermöglicht es allerdings auch, quantitative Aussagen über viele andere totale und differentielle Wirkungsquerschnitte zu machen, beispielsweise die elastische und inelastische Streuung von Hadronen am Kern sowie nukleare Photoproduktionsquerschnitte. In Anhang A wird zum Beispiel gezeigt, wie man im Rahmen des Glauber-Modells den inkohärenten Vektormeson-Photoproduktionsquerschnitt berechnet. Der erste Abschnitt dieses Kapitels stellt eine Einführung in das Glauber-Modell dar, im zweiten Abschnitt wird dann das Glauber-Modell benutzt, um den photonuklearen Wirkungsquerschnitt zu berechnen.

5.1 Das Glauber-Modell

Im Glauber-Modell [33] wird der Kern als eine Ansammlung von Nukleonen aufgefaßt, deren Wechselwirkung untereinander während der Reaktion mit dem Projektil vernachlässigt werden kann. Das Projektil wechselwirkt jeweils nur mit einem Nukleon auf einmal, d.h. durch den Überlapp von Nukleonen im Kern verursachte Effekte werden als additiv angesehen und spielen daher keine Rolle. Weiterhin wird angenommen, daß im Kern vorkommende virtuelle Teilchen, wie zum Beispiel die für die Kernkraft verantwortlichen Austauschmesonen, vernachlässigt werden können.

Was die Wechselwirkung des Projektils mit den einzelnen Nukleonen betrifft, so stellt man sich vor, daß wegen der sehr hohen Energien die Folgen einer jeden Zwei-Teilchen-Reaktion auf den “Schatten-Bereich” direkt hinter dem Nukleon beschränkt sind. Die Distanz vom Nukleon, nach welcher der Schatten durch “Beugungseffekte” verschwindet, wird als groß gegenüber dem Kernradius angesehen. Zur Veranschaulichung wird die in Abbildung 5.1 dargestellte elastische Streuung einer einlaufenden ebene Welle $\psi = e^{ikz}$

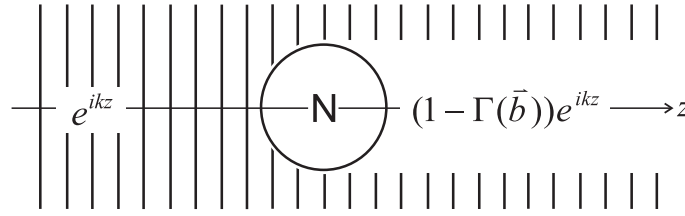


Abbildung 5.1: Die einlaufende ebene Welle trifft auf ein Nukleon, welches wie eine absorbierende Kugel wirkt. Hinter dem Nukleon bildet sich eine Schattenzone aus, die sich bei hohen Energien weit über den Kernradius erstreckt, bevor sie aufgrund von Beugungseffekten verschwindet. Mehr dazu im Text.

am Nukleon betrachtet. Stellt man sich das Nukleon als absorbierende Kugel mit Radius a vor, so kann man die Welle kurz hinter dem Nukleon als ebene Welle plus eine auf den Schatten-Bereich beschränkte (negative) ebene Welle darstellen:

$$\psi^{(+)} \approx e^{ikz} - , (x, y)e^{ikz} , \quad (5.1)$$

d.h. der Ausdruck für die gestreute Welle in der Nahzone, unmittelbar hinter dem Nukleon ist

$$\psi_s \approx - , (x, y)e^{ikz} . \quad (5.2)$$

Die Form des Schattens wird also durch die Profilfunktion $, (\vec{b})$ bestimmt. Schreibt man die Profilfunktion als

$$, (\vec{b}) = \frac{1}{2\pi ik} \int d^2 q_T e^{-i\vec{q}_T \cdot \vec{b}} f(\vec{q}_T), \quad (5.3)$$

so ist die Welle für *beliebige Distanzen* hinter dem Nukleon durch

$$\psi^{(+)}(\vec{b}, z) = e^{ikz} - \frac{1}{2\pi ik} \int d^2 q_T e^{i\sqrt{k^2 - q_T^2} z} e^{-i\vec{q}_T \cdot \vec{b}} f(\vec{q}_T) \quad (5.4)$$

gegeben, wobei die z -Komponente von \vec{q} durch Energieerhaltung festgelegt wurde. Da der Radius des Schattens ungefähr dem Nukleonenradius a entspricht, ist $, (\vec{b})$ nur für $|\vec{b}| \lesssim a$ von Null verschieden und die Hauptbeiträge zu (5.4) kommen von Fourierkomponenten mit

$$|\vec{q}_T| \lesssim \frac{1}{a}.$$

Für $k \gg a^{-1}$ läßt sich daher die Wurzel im Exponenten entwickeln:

$$\exp \left[i\sqrt{k^2 - q_T^2} z \right] \approx \exp \left[ikz - i\frac{q_T^2 z}{2k} \right], \quad (5.5)$$

und man erhält für

$$z \ll \frac{2k}{q_T^2} \quad \text{bzw.} \quad z \ll 2ka^2 \equiv L \quad (5.6)$$

die Nahzondarstellung (5.1). L gibt die Länge des Bereichs an, in dem der Schatten noch nicht durch Beugungseffekte verändert wurde. Für $a = 1 \text{ fm} = 5 \text{ GeV}^{-1}$ und $k = 5 \text{ GeV}$ ist $L = 50 \text{ fm}$ und somit ein Vielfaches des Kerndurchmessers.

In Gleichung (4.5) wurde schon die Profilfunktion ρ_A des Kerns eingeführt, und es hat sich herausgestellt, daß sich diese als zweidimensionale Fouriertransformierte der elastischen Streuamplitude F am Kern auffassen läßt (vgl. (4.6)). Um $f(\vec{q}_T)$ als elastische Streuamplitude am Nukleon zu identifizieren, muß $\psi(\vec{r})$ aus Gleichung (5.4) für $r \rightarrow \infty$ ($z \gg |\vec{b}|$) betrachtet werden. Man entwickelt wie in (5.5)

$$\sqrt{k^2 - q_T^2} z - \vec{q}_T \cdot \vec{b} \approx \left(k - \frac{q_T^2}{2k} \right) z - \vec{q}_T \cdot \vec{b} \quad (5.7)$$

und substituiert die Integrationsvariable

$$\vec{q}_T = -k\vec{r}_\perp - \vec{\tilde{q}}_T,$$

wobei \vec{r}_\perp die zu \vec{e}_z senkrechte Komponente von \vec{e}_r ist, also

$$\vec{r}_\perp = \frac{b}{r} \vec{e}_b.$$

Mittels dieser Substitution ergibt sich aus Näherung (5.7) nach Entwicklung in b/z :

$$\sqrt{k^2 - q_T^2} z - \vec{q}_T \cdot \vec{b} \approx kr - \frac{\tilde{q}_T^2 r}{2k}.$$

Eingesetzt in Gleichung (5.4) liefert dies

$$\begin{aligned} \psi^{(+)}(\vec{r}) &\approx e^{ikz} - \frac{1}{2\pi i k} e^{ikr} \int d^2 \tilde{q}_T \exp \left[-i \frac{\tilde{q}_T^2 r}{2k} \right] f(-k\vec{r}_\perp - \vec{\tilde{q}}_T) \\ &\approx e^{ikz} + \frac{f(-k\vec{r}_\perp)}{r} e^{ikr}, \end{aligned}$$

wobei im letzten Schritt wieder $r \rightarrow \infty$ ausgenutzt wurde. Für große Entfernungen hinter dem Nukleon läßt sich also die auslaufende Welle als Überlagerung der einlaufenden ebenen Welle und einer auslaufenden Kugelwelle darstellen. f ist demnach tatsächlich die elastische Streuamplitude und

$$-k\vec{r}_\perp = -k \sin \theta \vec{e}_b$$

ist der transversale Impulsübertrag $(\vec{k} - \vec{k}') \cdot \vec{e}_b$ für den Streuwinkel θ . Aus Gleichung (5.3) folgt daher analog zu (4.6), daß die elastische Streuamplitude am Nukleon gleich der zweidimensionalen Fouriertransformierten der Profilfunktion ist:

$$f(\vec{q}_T) = \frac{ik}{2\pi} \int d^2 b e^{i\vec{q}_T \cdot \vec{b}}, \quad (\vec{b}). \quad (5.8)$$

Gleichung (5.1) läßt sich auf Wellen mit Profil χ verallgemeinern. Die einlaufende Welle sei durch

$$\psi(\vec{b}, z) = \chi(\vec{b}) e^{ikz}$$

gegeben, wobei χ , wie die Profilfunktion, nur Fourierkomponenten mit transversalem Impuls $|\vec{u}| \lesssim a^{-1}$ haben soll. In der Darstellung

$$\psi(\vec{b}, z) = \int d^2u e^{i\vec{u} \cdot \vec{b}} g(\vec{u}) e^{ikz},$$

sieht man, daß die einlaufende Welle den transversalen Impuls \vec{u} mit Amplitude $g(\vec{u})$ besitzt. Die gestreute Welle hat daher den transversalen Impuls $\vec{u} - \vec{q}_T$ mit der Amplitude $-(2\pi ik)^{-1} f(\vec{q}_T) g(\vec{u})$ und hat analog zu (5.4) in der Nahzone ($z \ll L$) die Form

$$\psi_s(\vec{b}, z) \approx -\frac{1}{2\pi ik} \int d^2u \int d^2q_T e^{i(\vec{u} - \vec{q}_T) \cdot \vec{b}} g(\vec{u}) f(\vec{q}_T) e^{ikz} = \chi(\vec{b}), (\vec{b}) e^{ikz}.$$

Folglich ist die auslaufende Welle in der Nahzone ($z \ll L$):

$$\psi(\vec{b}, z) \approx \chi(\vec{b}) e^{ikz} (1 - , (\vec{b})). \quad (5.9)$$

Der differentielle elastische Streuquerschnitt

$$\frac{d\sigma^{\text{el}}}{d\Omega} = |f(q_T)|^2$$

folgt direkt aus Gleichung (5.8). Durch Integration über alle Streuwinkel erhält man daraus analog zu (4.9) den elastischen Streuquerschnitt

$$\sigma^{\text{el}} = \int d^2b |, (\vec{b})|^2. \quad (5.10)$$

Hat die einlaufende Welle am Stoßparameter \vec{b} die Amplitude 1, so hat die elastisch gestreute Welle wegen (5.2) die Amplitude $-, (\vec{b})$ und Gleichung (5.10) gibt die Gesamtwahrscheinlichkeit für elastische Streuung an. Da die auslaufende Welle (5.1) die Amplitude $1 - , (\vec{b})$ hat, ist die Wahrscheinlichkeit, daß ein Teilchen unter dem Stoßparameter \vec{b} verloren geht bzw. in einen anderen Kanal streut:

$$1 - |1 - , (\vec{b})|^2 = 2\text{Re}, (\vec{b}) - |, (\vec{b})|^2.$$

Der inelastische Wirkungsquerschnitt ist somit

$$\sigma^{\text{inel}} = \int d^2b \{2\text{Re}, (\vec{b}) - |, (\vec{b})|^2\}$$

und der totale Querschnitt ergibt sich zu

$$\sigma = \sigma^{\text{el}} + \sigma^{\text{inel}} \quad (5.11)$$

$$= 2 \int d^2b \text{Re}, (\vec{b}) \quad (5.12)$$

$$= \frac{4\pi}{k} \text{Im} f(\vec{0}),$$

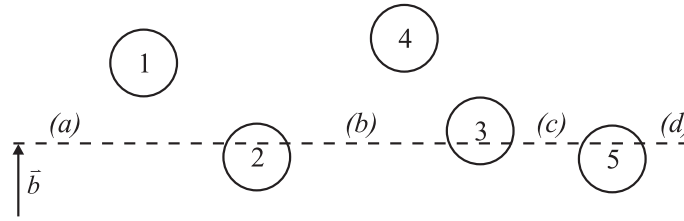


Abbildung 5.2: Weg der Welle durch den Kern.

wobei im letzten Schritt (5.8) mit $\vec{q}_T = \vec{0}$ benutzt wurde. Das optische Theorem ist also erfüllt.

Es soll nun die Streuung einer in z -Richtung laufenden Welle an einer Ansammlung von A Nukleonen betrachtet werden, die sich an festen Positionen $\vec{r}_1, \vec{r}_2, \dots, \vec{r}_A$ befinden. Für jedes Nukleon, das die einlaufende Welle durchläuft, wird sie wegen (5.9) durch den Faktor $1 - i\sigma(\vec{b} - \vec{s}_i)$ modifiziert, wobei \vec{s}_i der transversale (senkrecht zur z -Richtung) Anteil von \vec{r}_i ist. In Abbildung 5.2 ist der Weg der Welle für einen speziellen Stoßparameter \vec{b} gezeigt. Die Amplitude der Welle entlang dieses Weges ist demnach:

- (a) 1
- (b) $[1 - i\sigma(\vec{b} - \vec{s}_2)]$
- (c) $[1 - i\sigma(\vec{b} - \vec{s}_2)][1 - i\sigma(\vec{b} - \vec{s}_3)]$
- (d) $[1 - i\sigma(\vec{b} - \vec{s}_2)][1 - i\sigma(\vec{b} - \vec{s}_3)][1 - i\sigma(\vec{b} - \vec{s}_5)]$.

Die Ansammlung von Nukleonen modifiziert also die einlaufende Welle durch den Faktor

$$1 - i\sigma_A(\vec{b}, \vec{s}_i) = \prod_{i=1}^A [1 - i\sigma(\vec{b} - \vec{s}_i)],$$

wobei im Produkt auch die Nukleonen enthalten sind, die nicht auf dem Weg mit Stoßparameter \vec{b} liegen. Dies ist möglich, da der Radius von σ ungefähr dem des Nukleons entspricht und daher für die Nukleonen abseits der Trajektorie $1 - i\sigma(\vec{b} - \vec{s}_i) \approx 1$ ist. Für einen echten Kern muß die Kern-Profilfunktion σ_A als Operator angesehen werden, der Übergänge zwischen dem Grundzustand $|0\rangle$ des Kerns und einem beliebigen Endzustand $|f\rangle$ bewirken kann:

$$\sigma_A^{f0}(\vec{b}) = \delta_{f0} - \langle f | \prod_{i=1}^A [1 - i\sigma(\vec{b} - \vec{s}_i)] | 0 \rangle.$$

Die elastische Streuamplitude ($|f\rangle = |0\rangle$) am Kern ergibt sich dann analog zu (4.6) und (5.8) zu

$$F(\vec{q}_T) = \frac{ik}{2\pi} \int d^2b e^{i\vec{q}_T \cdot \vec{b}} \sigma_A^{00}(\vec{b}).$$

Um $\rho_A^{00}(\vec{b})$ zu berechnen, wird die Grundzustandsdichte des Kerns

$$|\psi_0(\vec{r}_1, \dots, \vec{r}_A)|^2 = \rho_A(\vec{r}_1, \dots, \vec{r}_A)$$

benötigt. Der Einfachheit halber werden hier die Nukleonen als voneinander unabhängige Teilchen betrachtet (*Independent Particle Model*) und die Grundzustandsdichte des Kerns als Produkt von Ein-Teilchen-Dichten ρ_1 angenähert:

$$\rho_A(\vec{r}_1, \dots, \vec{r}_A) \cong \prod_{i=1}^A \rho_1(\vec{r}_i) \quad (5.13)$$

mit

$$\int \rho_1(\vec{r}) d^3r = 1.$$

Eine mögliche Verbesserung stellt die Berücksichtigung von Zwei-Teilchen-Korrelationen dar, die in Kapitel 8 besprochen werden.

Mit dieser Näherung ergibt sich für die Kern-Profilfunktion

$$\begin{aligned} \rho_A^{00}(\vec{b}) &\approx 1 - \prod_{i=1}^A \int d^2s_i \int dz_i [1 - (\vec{b} - \vec{s}_i)] \rho_1(\vec{s}_i, z_i) \\ &= 1 - \left[1 - \int d^2s \int dz (\vec{b} - \vec{s}) \rho_1(\vec{s}, z) \right]^A. \end{aligned} \quad (5.14)$$

Die Profilkfunktion ρ_1 hat typischerweise einen Radius in der Größenordnung des Nukleonenradius. Die \vec{s} -Integration ist daher auf einen kleinen Bereich um den Stoßparameter \vec{b} konzentriert und man kann näherungsweise setzen:

$$\rho_1(\vec{s}, z) \approx \rho_1(\vec{b}, z) + (\vec{s} - \vec{b}) \cdot (\vec{\nabla}_s \rho_1(\vec{s}, z))|_{\vec{b}}. \quad (5.15)$$

Der Oberflächenterm trägt dabei nicht in (5.14) bei, wie aus einfachen Symmetrieüberlegungen folgt: Für einen kugelsymmetrischen Kern ist

$$\begin{aligned} (\vec{\nabla}_s \rho_1(\vec{s}, z))|_{\vec{b}} &= (\partial_s \rho(s, z))|_b \vec{e}_b \\ &\equiv g(b, z) \vec{e}_b. \end{aligned}$$

Der Beitrag des Oberflächenterms in (5.14) ist also

$$\int d^2s \int dz (\vec{b} - \vec{s}) g(b, z) (\vec{s} - \vec{b}) \cdot \vec{e}_b = - \int dz g(b, z) \int d^2s' (\vec{s}') \vec{s}' \cdot \vec{e}_b, \quad (5.16)$$

wobei $\vec{s}' = \vec{b} - \vec{s}$ substituiert wurde. Gilt für die nukleonische Streuamplitude $f(\vec{q}_T) = f(q_T)$ (d.h. Zylindersymmetrie), so folgt aus (5.3), daß $(\vec{s}') = (s')$ ist und die Integration in (5.16) Null ergibt. Um dies zu sehen, wählt man die x -Richtung parallel zu \vec{b} :

$$- \int dz g(b, z) \int_{-\infty}^{+\infty} ds'_y \int_{-\infty}^{+\infty} ds'_x s'_x, (s'^2_x + s'^2_y) = 0.$$

Falls man annimmt, daß Terme höherer Ordnung in (5.15) vernachlässigbar sind, ist es ausreichend, in (5.14) die Ersetzung

$$\rho_1(\vec{s}, z) \rightarrow \rho_1(\vec{b}, z) \quad (5.17)$$

zu machen, und man erhält

$$,^{00}_A \approx 1 - \left[1 - \int dz \rho_1(\vec{b}, z) \int d^2s, (\vec{s}) \right]^A. \quad (5.18)$$

Mittels Gleichung (5.8) ist es möglich, das letzte Integral durch die Vorwärtsstreuamplitude auszudrücken:

$$\int d^2s, (\vec{s}) = \frac{2\pi}{ik} f(\vec{0}).$$

Diese wiederum kann über das optische Theorem in Beziehung zum totalen Wirkungsquerschnitt gebracht werden:

$$f(\vec{0}) = \frac{ik}{4\pi} \sigma(1 - i\alpha) \quad (5.19)$$

mit $\alpha = \text{Re}f(\vec{0})/\text{Im}f(\vec{0})$. Definiert man des weiteren noch die auf A normierte Nukleondichte

$$n(\vec{b}, z) := A\rho_1(\vec{b}, z), \quad (5.20)$$

so läßt sich die Kern-Profilfunktion (5.18) schreiben als

$$,^{00}_A \approx 1 - \left[1 - \frac{1}{2} \sigma(1 - i\alpha) \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} dz n(\vec{b}, z)}{A} \right]^A. \quad (5.21)$$

Es soll nun der hintere Term in der Klammer abgeschätzt werden:

$$\frac{\int_{-\infty}^{+\infty} dz n(\vec{b}, z)}{A} \lesssim \frac{2R}{\frac{4}{3}\pi R^3} \sim \frac{1}{2R^2}.$$

Für den Kernradius von Al $R \approx 3.4$ fm und einen typischen hadronischen Wirkungsquerschnitt $\sigma = 40$ mb ergibt sich

$$\frac{1}{2} \sigma \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} dz n(\vec{b} = \vec{0}, z)}{A} \lesssim 0.1.$$

Für schwerere Kerne ist dieser Wert sogar noch kleiner. Man kann daher in (5.21) mit einem relativen Fehler der Ordnung A^{-1} die Näherung

$$,^{00}_A \approx 1 - \exp \left[-\frac{1}{2} \sigma(1 - i\alpha) \int_{-\infty}^{+\infty} dz n(\vec{b}, z) \right] \quad (5.22)$$

machen und erhält somit wieder den gleichen Ausdruck wie in (4.5). Für große Werte von A kann man also die elastische Streuung der Welle am Kern einem optischen Potential (4.3) zuschreiben:

$$U(\vec{b}, z) = -4\pi n(\vec{b}, z) f(\vec{0}).$$

5.2 Photoabsorption im Glauber-Modell

In diesem Abschnitt soll der totale nukleare Photoabsorptionsquerschnitt unter Verwendung des optischen Theorems aus der nuklearen Compton-Vorwärtsstreuamplitude berechnet werden. Der im letzten Abschnitt entwickelte Formalismus würde, ohne weitere Modifikation, bei der Berechnung der nuklearen Compton-Amplitude nur Prozesse berücksichtigen, bei denen das Photon nacheinander an mehreren Nukleonen im Kern streut. Jeder einzelne Streuprozess führt dabei zu einer Unterdrückung der Mehrfachstreuamplitude um einen Faktor α_{em} . In erster Ordnung α_{em} wäre also die nukleare Compton-Amplitude, wie später noch gezeigt wird, gleich dem A -fachen der nukleonischen Amplitude. Man würde also keine Abschattung erhalten. Allerdings wird in dem zuvor beschriebenen Formalismus nicht berücksichtigt, daß das Photon im ersten Streuprozess ein Hadron erzeugen kann, welches anschließend durch den Kern propagiert und letztlich in das auslaufende Photon streut. Solch ein Prozeß würde ebenfalls in Ordnung α_{em} zur nuklearen Compton-Amplitude beitragen und führt zur Abschattung des nuklearen Photoabsorptionsquerschnitt. Das Glauber-Modell muß also dahingehend erweitert werden, daß die Beschreibung von Teilchen-Produktion möglich wird [33]. Betrachtet man die Streuung eines Teilchens α am Nukleon in ein Teilchen β und beschreibt die einlaufende Welle durch

$$\psi_\alpha(\vec{b}, z) = \chi(\vec{b})e^{ik_\alpha z},$$

so kann man analog zu Gleichung (5.9) den Ansatz

$$\psi_\beta(\vec{b}, z) \approx -\chi(\vec{b}),_{\alpha\beta}(\vec{b})e^{ik_\beta z}$$

für die Welle des produzierten Teilchens direkt hinter dem Nukleon machen. Dabei bezeichnen k_α und k_β die Impulse der beiden Teilchen gleicher Energie unter der Annahme, daß sich das Nukleon nicht ändert. Die Profilfunktion $,_{\alpha\beta}$ hängt dabei mit der Produktionsamplitude $f_{\alpha\beta}$ (für den Prozeß $\alpha N \rightarrow \beta N$) ähnlich den Gleichungen (5.3) und (5.8) zusammen:

$$,_{\alpha\beta}(\vec{b}) = \frac{1}{2\pi i k_\beta} \int d^2 q_T e^{-i\vec{q}_T \cdot \vec{b}} f_{\alpha\beta}(\vec{q}_T) \quad (5.23)$$

$$f_{\alpha\beta}(\vec{q}_T) = \frac{ik_\beta}{2\pi} \int d^2 b e^{i\vec{q}_T \cdot \vec{b}},_{\alpha\beta}(\vec{b}). \quad (5.24)$$

Die Profilfunktion und die Streuamplitude für elastische Streuung eines Teilchens α am Nukleon werden im folgenden durch $,_\alpha$ bzw. f_α bezeichnet.

Als Beispiel soll nun ein Photon mit Energie ν und Impuls $k\vec{e}_z$ betrachtet werden, das eine Ansammlung von A Nukleonen durchläuft und an jedem Nukleon, welches auf seinem Weg liegt, die Möglichkeit besitzt, in ein ρ^0 -Meson zu streuen. Die einlaufende Welle besitzt nur eine Photonenkomponente:

$$\begin{aligned} \psi_\gamma^{(0)}(\vec{b}, z) &= e^{ikz} \\ \psi_\rho^{(0)}(\vec{b}, z) &= 0. \end{aligned}$$

Trifft das Photon an der Stelle \vec{r}_1 auf das erste Nukleon, so kann es in ein ρ^0 -Meson streuen. Die Welle besitzt also hinter dem ersten Nukleon eine ρ^0 -Komponente:

$$\begin{aligned}\psi_\gamma^{(1)}(\vec{b}, z) &= (1 - ,_\gamma(\vec{b} - \vec{s}_1))e^{ikz} \\ \psi_\rho^{(1)}(\vec{b}, z) &= -,_{\gamma\rho}(\vec{b} - \vec{s}_1)e^{ikz_1}e^{ik_\rho(z-z_1)} \\ &= -,_{\gamma\rho}(\vec{b} - \vec{s}_1)e^{i(k-k_\rho)z_1}e^{ik_\rho z},\end{aligned}$$

wobei der Impuls des ρ^0 -Mesons durch $k_\rho = \sqrt{\nu^2 - m_\rho^2}$ gegeben ist. Das nächste Nukleon befinde sich am Punkt \vec{r}_2 . Berücksichtigt man nur Terme bis Ordnung e^2 ($,_\gamma$ ist $o(e^2)$ und $,_{\gamma\rho}$ ist $o(e)$), so ist die Welle hinter dem zweiten Nukleon gegeben durch:

$$\begin{aligned}\psi_\gamma^{(2)}(\vec{b}, z) &= [1 - ,_\gamma(\vec{b} - \vec{s}_1) - ,_\gamma(\vec{b} - \vec{s}_2) + ,_{\gamma\rho}(\vec{b} - \vec{s}_1),_{\rho\gamma}(\vec{b} - \vec{s}_2)e^{i(k-k_\rho)(z_1-z_2)}]e^{ikz} \\ \psi_\rho^{(2)}(\vec{b}, z) &= -[,_{\gamma\rho}(\vec{b} - \vec{s}_2)e^{i(k-k_\rho)z_2} + ,_{\gamma\rho}(\vec{b} - \vec{s}_1)(1 - ,_\rho(\vec{b} - \vec{s}_2))e^{i(k-k_\rho)z_1}]e^{ik_\rho z}.\end{aligned}$$

Der allgemeine Fall sollte jetzt klar sein. Die Amplitude der ρ^0 -Welle ist nach Durchlaufen der A Nukleonen in Ordnung e^2 gegeben durch einen Faktor $,_{\gamma\rho}$ für die Produktion des ρ^0 gefolgt von Faktoren $(1 - ,_\rho)$ für das anschließende Passieren weiterer Nukleonen:

$$\psi_\rho^{(A)}(\vec{b}, z; \{\vec{r}_i\}) = -,_{\gamma\rho}^{(A)}(\vec{b}, \{\vec{r}_i\})e^{ik_\rho z}$$

mit der Profilfunktion der Nukleonenansammlung

$$-,_{\gamma\rho}^{(A)}(\vec{b}, \{\vec{r}_i\}) = \sum_i^A ,_{\gamma\rho}(\vec{b} - \vec{s}_i) \left\{ \prod_{j \neq i}^A [1 - ,_\rho(\vec{b} - \vec{s}_j)\theta(z_j - z_i)] \right\} e^{iq_\rho z_i}. \quad (5.25)$$

Die Impulsdifferenz

$$\begin{aligned}q_\rho &= k - k_\rho \\ &= k - \sqrt{\nu^2 - m_\rho^2} \\ &\approx \frac{Q^2 + m_\rho^2}{2\nu}\end{aligned} \quad (5.26)$$

ist der Impulsübertrag, der nötig ist, um ein ρ^0 -Meson auf seiner Massenschale zu erzeugen. Man beachte, daß er genau dem Inversen der in Abschnitt 4.2 eingeführten Kohärenzlänge (4.15) einer ρ^0 -Fluktuation des Photons entspricht.

Die Wellenfunktion des Photons hat nach Durchlaufen der Nukleonenansammlung die Form

$$\psi_\gamma^{(A)}(\vec{b}, z; \{\vec{r}_i\}) = (1 - ,_\gamma^{(A)}(\vec{b}, \{\vec{r}_i\}))e^{ikz}.$$

Die Profilfunktion $,_\gamma^{(A)}$ ist in Ordnung e^2 durch eine Summe über die Profilfunktionen $,_\gamma$ der individuellen Nukleonen plus einem weiteren Beitrag gegeben, der aus einem Faktor $,_{\gamma\rho}$ zur Produktion eines ρ^0 -Mesons gefolgt von Faktoren $(1 - ,_\rho)$ für die anschließende

Propagation des ρ^0 durch diverse Nukleonen und einem Faktor γ für die abschließende Konversion des ρ^0 in ein Photon besteht:

$$\begin{aligned}
\gamma^{(A)}(\vec{b}, \{\vec{r}_i\}) &= \sum_i^A \gamma(\vec{b} - \vec{s}_i) \\
&\quad - \sum_{i,j} \gamma_\rho(\vec{b} - \vec{s}_i) e^{iq_\rho z_i} \left\{ \prod_{k \neq i,j}^A [1 - \gamma_\rho(\vec{b} - \vec{s}_k) \theta(z_j - z_k) \theta(z_k - z_i)] \right\} \\
&\quad \times \theta(z_j - z_i) \gamma_\rho(\vec{b} - \vec{s}_j) e^{-iq_\rho z_j}.
\end{aligned} \tag{5.27}$$

Wie die Erweiterung auf zusätzliche Kanäle außer des ρ^0 zu erfolgen hat, ist klar. Die Berücksichtigung nichtdiagonaler Terme, wie zum Beispiel der Streuung eines ρ^0 in ein ω , führt allerdings zu relativ komplizierten Ausdrücken. Im Folgenden wird daher die Diagonalnäherung benutzt und angenommen, daß die vom Photon produzierten hadronischen Zwischenzustände von den bekannten Vektormesonen und, bei der Behandlung stark virtueller Photonen (große Q^2), dem in Abschnitt 3.2 beschriebenen Quark-Antiquark-Kontinuum dominiert werden. Nichtdiagonale Streubeiträge werden beispielsweise in [28, 34, 35] berücksichtigt. Beschränkt man sich auf die Vektormesonen und vernachlässigt deren Breite, so wird die Profilfunktion in (5.27) nur durch eine zusätzliche Summation über die Vektormesonen modifiziert.

Es soll der totale nukleare Photoabsorptionsquerschnitt berechnet werden. Diesen erhält man über das optische Theorem aus der Compton-Vorwärtsstreuamplitude am Kern (vgl. (4.10)):

$$\begin{aligned}
\sigma_{\gamma A} &= \frac{4\pi}{k} \text{Im} F_\gamma(\vec{0}) \\
&= 2\text{Re} \int d^2b \langle 0 | \gamma^{(A)}(\vec{b}, \{\vec{r}_i\}) | 0 \rangle.
\end{aligned} \tag{5.28}$$

Im *Independent Particle Model* (5.13) erhält man mittels Gleichung (5.27):

$$\begin{aligned}
\langle 0 | \gamma^{(A)}(\vec{b}, \{\vec{r}_i\}) | 0 \rangle &= A \int d^3r \gamma(\vec{b} - \vec{s}) \rho_1(\vec{s}, z) \\
&\quad - A^2 \sum_V \int d^3r_1 \int d^3r_2 \gamma_V(\vec{b} - \vec{s}_1) e^{iq_V z_1} \rho_1(\vec{s}_1, z_1) \\
&\quad \times \left[1 - \int d^2s' \int_{z_1}^{z_2} dz' \gamma_V(\vec{b} - \vec{s}') \rho_1(\vec{s}', z') \right]^A \\
&\quad \times \theta(z_2 - z_1) \gamma_V(\vec{b} - \vec{s}_2) e^{-iq_V z_2} \rho_1(\vec{s}_2, z_2).
\end{aligned}$$

Mit der Ersetzung (5.17) sowie Gleichungen (5.8), (5.19) und (5.24), läßt sich dieser Aus-

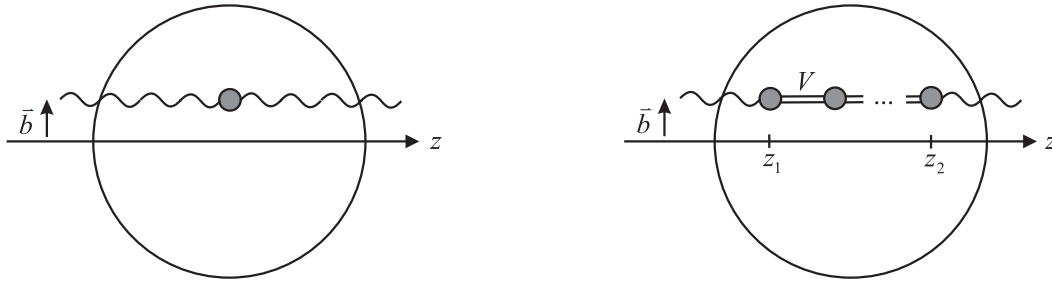


Abbildung 5.3: *Links*: Erster Beitrag zur nuklearen Compton-Amplitude in Ordnung α_{em} . Das Photon streut an einem einzelnen Nukleon im Kern. *Rechts*: Zweiter Beitrag zur nuklearen Compton-Amplitude in Ordnung α_{em} . Das Photon erzeugt an der Stelle z_1 ein Vektormeson V , das bei festem Stoßparameter \vec{b} durch den Kern streut. An der Stelle z_2 streut das Vektormeson in das einlaufende Photon zurück. Dieser Beitrag führt zur Abschätzung des nuklearen Photoabsorptionsquerschnitts.

druck weiter vereinfachen:

$$\begin{aligned}
 \langle 0 |, {}_{\gamma}^{(A)}(\vec{b}, \{\vec{r}_i\}) | 0 \rangle &= \frac{A}{2} \sigma_{\gamma N} \int_{-\infty}^{+\infty} dz \rho_1(\vec{b}, z) \\
 &+ A^2 \sum_V \frac{(2\pi)^2}{k k_V} \int_{-\infty}^{+\infty} dz_1 \int_{z_1}^{+\infty} dz_2 f_{\gamma V}(\vec{0}) e^{iq_V z_1} \rho_1(\vec{b}, z_1) \\
 &\times \left[1 - \frac{1}{2} \sigma_{VN} (1 - i\alpha_V) \int_{z_1}^{z_2} dz' \rho_1(\vec{b}, z') \right]^A f_{V\gamma}(\vec{0}) e^{-iq_V z_2} \rho_1(\vec{b}, z_2).
 \end{aligned} \tag{5.29}$$

Der erste Term liefert, eingesetzt in (5.28), den nicht abgeschatteten Wirkungsquerschnitt $\sigma_{\gamma A} = A\sigma_{\gamma N}$. Das ist nicht weiter verwunderlich, da dieser Term von Prozessen herrührt, bei denen das Photon an einem einzigen Nukleonen im Kern streut (siehe Abbildung 5.3 links). Der Abschattungseffekt kommt durch die Überlagerung dieser Amplitude mit dem zweiten Beitrag in Ordnung e^2 zustande. Hier erzeugt das Photon an der Stelle z_1 ein Vektormeson, welches bei festem Stoßparameter \vec{b} (Eikonalnäherung) durch den Kern propagiert und dabei mit den auf seinem Weg liegenden Nukleonen wechselwirkt. An der Stelle z_2 streut es dann in das auslaufende Photon (siehe Abbildung 5.3 rechts). Das bedeutet, daß es prinzipiell möglich ist, den Abschattungseffekt ohne die Vektormesonendominanz-Hypothese zu erklären. Der Unterschied zur Argumentation in Abschnitt 4.2, wo das Photon wegen $l_h < \lambda_h$ zunächst nicht abgeschattet wurde, ist also hier, daß man inelastische Kanäle zuläßt. Die Schwierigkeit stellt dann allerdings die quantitative Beschreibung der nukleonischen Amplituden und Wirkungsquerschnitte dar, wie unten noch ausgeführt wird.

Für große Werte von A ergibt sich, analog zu Abschnitt 5.1, aus (5.28) und (5.29) der

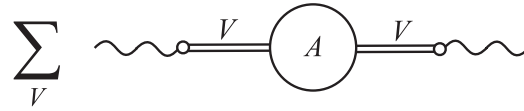


Abbildung 5.4: Naives Vektormesonendominanz-Bild für die Streuung eines Photons am Kern.

nukleare Photoabsorptionsquerschnitt

$$\begin{aligned} \sigma_{\gamma A} = A\sigma_{\gamma N} + \sum_V \frac{8\pi^2}{kk_V} \operatorname{Re} \left\{ f_{\gamma V}(\vec{0}) f_{V\gamma}(\vec{0}) \int d^2b \int_{-\infty}^{+\infty} dz_1 \int_{z_1}^{+\infty} dz_2 n(\vec{b}, z_1) n(\vec{b}, z_2) \right. \\ \left. \times e^{iq_V(z_1 - z_2)} \exp \left[-\frac{1}{2} \sigma_{VN} (1 - i\alpha_V) \int_{z_1}^{z_2} dz' n(\vec{b}, z') \right] \right\}, \end{aligned} \quad (5.30)$$

wobei $n(\vec{r})$ wieder die auf A normierte Nukleonendichte (5.20) des Kerns ist. Die in Abschnitt 4.2 eingeführte Kohärenzlänge (4.15)

$$l_V = \left(k - \sqrt{\nu^2 - m_V^2} \right)^{-1}$$

bestimmt auch im Glauber-Modell die Stärke des Abschattungseffektes, da sie direkt mit dem Impulsübertrag (vgl. (5.26))

$$q_V = k - \sqrt{\nu^2 - m_V^2} = l_V^{-1}$$

zusammenhängt. Einer sehr kurzen Kohärenzlänge l_V entspricht ein sehr großer Impulsübertrag q_V im Exponenten von Gleichung (5.30). Daher erhält man für kleine Energien ν , d.h. kleine Kohärenzlängen l_V , wegen der starken Oszillationen im Integranden des zweiten Terms keine Abschattung. Für sehr große Energien ($\nu^2 \gg Q^2, m_V^2$; $Q^2 = k^2 - \nu^2$) geht der Impulsübertrag q_V gegen Null (d.h. $k \approx k_V$) und die Amplituden $f_{\gamma V}, f_{V\gamma}, f_V$ werden rein imaginär ($\alpha_V \approx 0$). Das Vektormesonendominanz-Modell (2.5) liefert dann für hohe Energien die folgende Beziehung zwischen den Amplituden in (5.30):

$$\begin{aligned} f_{\gamma V} &= f_{V\gamma} = \frac{e}{g_V} \frac{m_V^2}{Q^2 + m_V^2} f_V \\ \sigma_{\gamma N} &= \sum_V \left(\frac{e}{g_V} \right)^2 \left(\frac{m_V^2}{Q^2 + m_V^2} \right)^2 \sigma_{VN}. \end{aligned}$$

Mit diesen Näherungen und unter Verwendung des optischen Theorems (5.19) ergibt sich

dann der nukleare Photoabsorptionsquerschnitt zu

$$\begin{aligned}
\sigma_{\gamma A} &= \sum_V \left(\frac{e}{g_V} \right)^2 \left(\frac{m_V^2}{Q^2 + m_V^2} \right)^2 \sigma_{VN} \\
&\quad \times \left\{ A - \frac{1}{2} \sigma_{VN} \int d^2b \int_{-\infty}^{+\infty} dz_1 n(\vec{b}, z_1) \right. \\
&\quad \times \left. \int_{z_1}^{+\infty} dz_2 n(\vec{b}, z_2) \exp \left[-\frac{1}{2} \sigma_{VN} \int_{z_1}^{z_2} dz' n(\vec{b}, z') \right] \right\} \\
&= \sum_V \left(\frac{e}{g_V} \right)^2 \left(\frac{m_V^2}{Q^2 + m_V^2} \right)^2 \sigma_{VN} \\
&\quad \times \left\{ A + \int d^2b \int_{-\infty}^{+\infty} dz_1 n(\vec{b}, z_1) \int_{z_1}^{+\infty} dz_2 \frac{\partial}{\partial z_2} \exp \left[-\frac{1}{2} \sigma_{VN} \int_{z_1}^{z_2} dz' n(\vec{b}, z') \right] \right\} \\
&= \sum_V \left(\frac{e}{g_V} \right)^2 \left(\frac{m_V^2}{Q^2 + m_V^2} \right)^2 \sigma_{VN} \\
&\quad \times \int d^2b \int_{-\infty}^{+\infty} dz_1 \frac{1}{\frac{1}{2} \sigma_{VN}} \frac{\partial}{\partial z_1} \exp \left[-\frac{1}{2} \sigma_{VN} \int_{z_1}^{+\infty} dz' n(\vec{b}, z') \right] \\
&= 2 \sum_V \left(\frac{e}{g_V} \right)^2 \left(\frac{m_V^2}{Q^2 + m_V^2} \right)^2 \int d^2b \left(1 - \exp \left[-\frac{1}{2} \sigma_{VN} \int_{-\infty}^{+\infty} dz' n(\vec{b}, z') \right] \right) \\
&= \sum_V \left(\frac{e}{g_V} \right)^2 \left(\frac{m_V^2}{Q^2 + m_V^2} \right)^2 2 \int d^2b, {}^{(A)}_V(\vec{b}) \\
&= \sum_V \left(\frac{e}{g_V} \right)^2 \left(\frac{m_V^2}{Q^2 + m_V^2} \right)^2 \sigma_{VA}, \tag{5.31}
\end{aligned}$$

wobei im vorletzten Schritt (5.22) und im letzten (4.10) verwendet wurde. Für sehr hohe Energien bzw. sehr große Kohärenzlängen erhält man also das in Abbildung 5.4 dargestellte naive VDM-Bild für die Streuung eines Photons am Kern, sofern man für die nukleonischen Amplituden VDM benutzt.

Durch die Diskussion des Glauber-Modells in diesem Kapitel sollten die Vor- und Nachteile des Modells klar geworden sein. Es ermöglicht eine einfache Reduzierung der Wechselwirkungen hochenergetischer Teilchen mit dem Atomkern auf fundamentalere nukleonische Wechselwirkungen. Sind die elementaren Wechselwirkungen bekannt, so ist man in der Lage, Vorhersagen über nukleare Prozesse zu machen. Andererseits kann man aber auch mit Hilfe des Glauber-Modells aus nuklearen Reaktionen Informationen über Zwei-Teilchen-Reaktionen extrahieren, die auf andere Art und Weise nicht zu erhalten sind, weil beispielsweise die Teilchen zu kurzlebig sind. Allerdings sind die Annahmen des Glauber-Modells nur für hohe Energien gut erfüllt, was bei der Extrapolation zu kleinen Energien bedacht werden muß. Zum Beispiel liegt die in (5.6) eingeführte “Länge” der Schattenzone für Impulse von $k = 1$ GeV nur noch bei $L = 10$ fm. Ein weiteres Problem kleiner Energien stellt das “Festhalten” der Nukleonen während der Reaktion dar. Außerdem wird die im Glauber-Modell implizierte Eikonalnäherung, d.h. die Annahme, daß der gesamte

Mehrfachstreuprozess bei festem Stoßparameter abläuft, für kleinere Energien fragwürdig. Im nächsten Kapitel wird daher ein Zugang zur Mehrfachstreuung vorgestellt, der diese Näherungen nicht von vornherein beinhaltet und im Grenzfall hoher Energien die gleichen Ergebnisse wie das hier vorgestellte Glauber-Modell erzielt.

Kapitel 6

Das Glauber-Gribov-Modell

Das in diesem Kapitel vorgestellte Vielfachstreuungs-Modell soll eine zum Glauber-Modell alternative Beschreibung des nuklearen Photoabsorptionsquerschnitts ermöglichen. Der wesentliche Vorteil dieses Modells ist, daß auf die Eikonalnäherung verzichtet werden kann, um eine realistischere Beschreibung photonuklearer Reaktionen bei kleinen Photonenergien zu erhalten. Im Grenzfall hoher Energien und großer Nukleonenzahlen A gehen die Ergebnisse in die des im letzten Abschnitts beschriebenen Glauber-Modells über. Eine ausführliche Herleitung des Glauber-Gribov-Modells findet sich beispielsweise in den Referenzen [36, 37, 38]. In diesem Kapitel sollen lediglich eine anschauliche Beschreibung der auftretenden Amplituden geliefert und die physikalischen Grundlagen des Modells erläutert werden. Bezeichnungen und Normierungen werden dabei, falls im Text nicht genauer erklärt, wie in Referenz [6] gewählt.

6.1 Nukleare Photoabsorption im Glauber-Gribov-Modell

Der nukleare Photoabsorptionsquerschnitt eines Kerns mit Masse m_A für ein Photon mit Energie ν und Impuls \vec{k} im Laborsystem wird wie zuvor über das optische Theorem

$$\sigma_{\gamma A} = \frac{1}{2m_A k} \text{Im} \mathcal{M}_{\gamma A}(\vec{0}) \quad (6.1)$$

bestimmt. In Abschnitt 5.2 wurde gezeigt, daß sich die Compton-Amplitude $\mathcal{M}_{\gamma A}(\vec{0})$ für Vorwärtsstreuung am Kern in Ordnung α_{em} aus zwei Anteilen zusammensetzt. Der erste entspricht der Streuung des Photons an einem einzelnen Nukleon im Kern und führt, bei Vernachlässigung von Interferenzen mit der zweiten Teilamplitude, zu einem nicht-abgeschatteten Wirkungsquerschnitt. Die zweite Teilamplitude, deren Berücksichtigung den Abschattungseffekt bewirkt, entspricht folgendem Prozeß: Das Photon erzeugt an einem Nukleon des Kerns ein Hadron, welches bei festem Stoßparameter (Eikonalnäherung) durch den Kern propagiert und dabei an diversen Nukleonen streut. Zuletzt streut

es an einem weiteren Nukleon in das auslaufende Photon. Die dabei in Abschnitt 5.2 gemachte Annahme, daß alle elementaren Streuprozesse in Vorwärtsrichtung dominiert sind, wird bei niedrigen Energien fragwürdig. Wie im Glauber-Modell wird auch im Glauber-Gribov-Modell angenommen, daß das Projektil an einzelnen Nukleonen im Kern streut, die während des Streuprozesses nicht mit den restlichen Nukleonen aus dem Kernverband wechselwirken. Die invariante Amplitude $\mathcal{M}_{\gamma A}(\vec{0})$ wird als Summe über Teilamplituden $\mathcal{A}^{(n)}$ dargestellt:

$$i\mathcal{M}_{\gamma A}(\vec{0}) = \frac{m_A}{m_N} \sum_{n=1}^A i\mathcal{A}^{(n)}. \quad (6.2)$$

n gibt die Anzahl, der an der Streuung beteiligten Nukleonen an. Die Amplitude $\mathcal{A}^{(1)}$ entspricht der oben beschriebenen Streuung des Photons an einem einzelnen Nukleon des Kerns. Die zweite Teilamplitude aus dem Glauber-Modell ist nun zerlegt worden: $\mathcal{A}^{(2)}$ beschreibt den Prozeß, in dem das Photon an einem Nukleon des Kerns ein Hadron erzeugt, welches an einem zweiten Nukleon in das auslaufende Photon streut; in $\mathcal{A}^{(3)}$ streut das erzeugte Hadron dazwischen noch an einem weiteren Nukleon, usw. Dabei kann sich bei jedem einzelnen Streuprozess die Flugrichtung des Projektils ändern, es muß allerdings gewährleistet sein, daß der Gesamtimpulsübertrag für jede Teilamplitude null ist, da insgesamt Vorwärtsstreuung betrachtet wird. Es wird nun zwar nicht mehr die Eikonalnäherung verwendet, trotzdem wird angenommen, daß bei den betrachteten Photonenergien die Streuwinkel nicht allzu groß sind. Für sehr kleine Photonenergien, knapp oberhalb der Produktionsschwellen der hadronischen Zwischenzustände (beispielsweise ca. 1 GeV für das ρ^0), wird diese Näherung zweifelhaft, da sich die produzierten Hadronen sehr langsam bewegen und daher nahezu isotrop streuen. Allerdings unterdrückt in diesen Fällen der Formfaktor des Kerns die kohärente Produktion der hadronischen Zwischenzustände wegen des hohen Impulsübertrags. Dies wird im Verlauf dieses Kapitels klar werden. Es wird sich herausstellen, daß die Streureihe (6.2) für kleine Photonenergien schnell konvergiert und für hohe Energien und große A bei Aufsummation den Photoabsorptionsquerschnitt (5.30) aus Abschnitt 5.2 liefert.

Im folgenden soll die Struktur der Amplituden $\mathcal{A}^{(n)}$ erläutert werden. Die im Kern gebundenen Nukleonen werden nichtrelativistisch behandelt, d.h., sie werden durch Ein-Teilchen-Wellenfunktionen

$$\psi_\alpha(x) = \psi_\alpha(\vec{x})e^{iE_\alpha t}$$

beschrieben, die Lösungen der Schrödinger-Gleichung des Atomkerns sind. Die Fourier-transformierte

$$\tilde{\psi}_\alpha(\vec{p}) = \int d^3x e^{i\vec{p}\cdot\vec{x}} \psi_\alpha(\vec{x}) \quad (6.3)$$

mit der Normierung

$$\int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} |\tilde{\psi}_\alpha(\vec{p})|^2 = 1$$

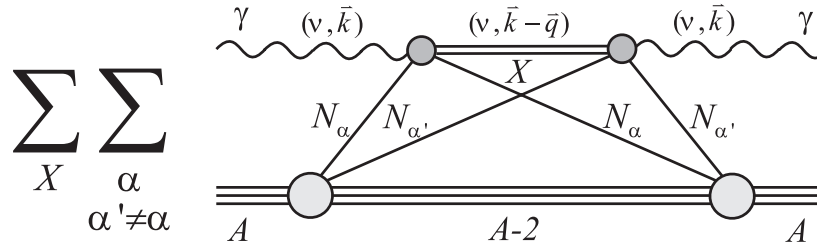


Abbildung 6.2: Zweiter Beitrag zur Photon-Kern-Vorwärtsstreuamplitude in Ordnung α_{em} : Das Photon erzeugt am Nukleon N_α ein Hadron X , das zum Nukleon $N_{\alpha'}$ propagiert und dort in das auslaufende Photon streut. Die beiden Impulsüberträge heben sich auf, da insgesamt Vorwärtsstreuung betrachtet wird. Der Kern bleibt während des ganzen Vorgangs im Grundzustand, d.h. es wird keine Energie auf die Nukleonen übertragen.

wobei \vec{q} den auf das Nukleon übertragenen Impuls (also im Fall der Einfachstreuung in Vorwärtsrichtung: $\vec{p}_0 = \vec{0}$) bezeichnet. Dieser Ansatz entspricht der gleichmäßigen Verteilung des übertragenen Impulses \vec{q} auf das einlaufende und auslaufende Nukleon. Mit der Ersetzung (6.7) kann \mathcal{M}_γ aus dem Integral in (6.6) herausgezogen werden und man erhält:

$$\begin{aligned} i\mathcal{A}^{(1)} &= i\mathcal{M}_\gamma(\vec{k}, \vec{p}_0 \rightarrow \vec{k}, \vec{p}_0) \sum_\alpha \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} |\tilde{\psi}_\alpha(\vec{p})|^2 \\ &= Ai\mathcal{M}_\gamma(\vec{k}, \vec{0} \rightarrow \vec{k}, \vec{0}), \end{aligned} \quad (6.9)$$

was genau der Amplitude des Glauber-Modells entspricht, die zum nichtabgeschatteten Wirkungsquerschnitt führt.

In Abbildung 6.2 ist die Zweifachstreuung skizziert. Das Photon mit Energie ν und Impuls \vec{k} erzeugt am ersten gebundenen Nukleon N_α ohne Energieübertrag ein Hadron mit Masse m_X , dessen Breite hier vernachlässigt wird. Dabei wird der Impuls \vec{q} auf das Nukleon übertragen. Das Hadron propagiert zum zweiten Nukleon $N_{\alpha'}$ und streut an diesem in das auslaufende Photon. Da insgesamt Vorwärtsstreuung betrachtet wird, sind die Energie und der Impuls des auslaufenden Photons gleich dem des einlaufenden Photons. Der Impulsübertrag auf das zweite Nukleon ist also $-\vec{q}$. Mit (6.4) folgt die invariante Amplitude für Zweifachstreuung:

$$\begin{aligned} i\mathcal{A}^{(2)} &= \sum_\alpha \sum_{\alpha' \neq \alpha} \int \frac{d^3 q}{2m_N(2\pi)^3} \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} \int \frac{d^3 p'}{(2\pi)^3} \\ &\quad \times \sum_X \tilde{\psi}_\alpha^*(\vec{p} + \vec{q}) i\mathcal{M}_{\gamma X}(\vec{k}, \vec{p} \rightarrow \vec{k} - \vec{q}, \vec{p} + \vec{q}) \tilde{\psi}_\alpha(\vec{p}) \\ &\quad \times \frac{i}{\nu^2 - (\vec{k} - \vec{q})^2 - m_X^2 + i\epsilon} \\ &\quad \times \tilde{\psi}_{\alpha'}^*(\vec{p}' - \vec{q}) i\mathcal{M}_{X\gamma}(\vec{k} - \vec{q}, \vec{p}' \rightarrow \vec{k}, \vec{p}' - \vec{q}) \tilde{\psi}_{\alpha'}(\vec{p}') \end{aligned}$$

Die invariante Photoproduktionsamplitude $\mathcal{M}_{\gamma X}$ für das Hadron X ist analog zu (6.5)

definiert. In der lokalen Näherung (6.7) vereinfacht sich dieser Ausdruck mit (6.3) zu:

$$i\mathcal{A}^{(2)} = \int \frac{d^3q}{2m_N(2\pi)^3} \sum_X i\mathcal{M}_{\gamma X}(\vec{q}) \frac{i}{\nu^2 - (\vec{k} - \vec{q})^2 - m_X^2 + i\epsilon} i\mathcal{M}_{X\gamma}(\vec{q}) \\ \left(\sum_{\alpha} \int d^3x e^{i\vec{q}\cdot\vec{x}} |\psi_{\alpha}(\vec{x})|^2 \right) \left(\sum_{\alpha' \neq \alpha} \int d^3x e^{-i\vec{q}\cdot\vec{x}} |\psi_{\alpha'}(\vec{x})|^2 \right),$$

wobei unter Verwendung von (6.8) abkürzend geschrieben wurde:

$$i\mathcal{M}_{\gamma X}(\vec{q}) = i\mathcal{M}_{\gamma X}(\vec{k}, -\frac{1}{2}\vec{q} \rightarrow \vec{k} - \vec{q}, \frac{1}{2}\vec{q}) \quad (6.10)$$

$$i\mathcal{M}_{X\gamma}(\vec{q}) = i\mathcal{M}_{X\gamma}(\vec{k} - \vec{q}, \frac{1}{2}\vec{q} \rightarrow \vec{k}, -\frac{1}{2}\vec{q}). \quad (6.11)$$

Das Modell unabhängiger Teilchen (5.13) erlaubt es, die beiden letzten Faktoren durch den Formfaktor des Kerns

$$F(\vec{q}) = \int d^3x e^{i\vec{q}\cdot\vec{x}} |\psi_{\alpha}(\vec{x})|^2 = \int d^3x e^{i\vec{q}\cdot\vec{x}} \rho_1(\vec{x}) \quad (6.12)$$

auszudrücken:

$$i\mathcal{A}^{(2)} = A(A-1) \int \frac{d^3q}{2m_N(2\pi)^3} \sum_X i\mathcal{M}_{\gamma X}(\vec{q}) F(\vec{q}) \frac{i}{\nu^2 - (\vec{k} - \vec{q})^2 - m_X^2 + i\epsilon} i\mathcal{M}_{X\gamma}(\vec{q}) F(-\vec{q}). \quad (6.13)$$

Die Struktur der Amplitude für Zweifachstreuung läßt sich leicht verstehen. Man erhält eine elementare Photoproduktionsamplitude $\mathcal{M}_{\gamma X}(\vec{q})$ für die Produktion des Hadrons X mit Impulsübertrag \vec{q} . Da dieser Prozeß im Kern stattfindet sind hohe Impulsüberträge durch den Formfaktor des Kerns $F(\vec{q})$ unterdrückt. Der Propagatorterm beschreibt die Propagation des erzeugten Hadrons zum zweiten Nukleon. An diesem streut es mit dem durch den Formfaktor $F(-\vec{q})$ unterdrückten Impulsübertrag $-\vec{q}$ in das auslaufende Photon. Dieser Prozeß wird durch die elementare Amplitude $\mathcal{M}_{X\gamma}(\vec{q})$ beschrieben. Wie schon oben erwähnt, bleibt der Kern die ganze Zeit über im Grundzustand. Daher wird bei den einzelnen Streuprozessen keine Energie übertragen und die Energie des propagierenden Hadrons ist gleich der des Photons. Dies ist möglich, da sich die gebundenen Nukleonen nicht auf ihrer Massenschale befinden müssen. In Abschnitt 6.2 wird gezeigt werden, daß die Amplitude für Zweifachstreuung zur Abschätzung des nuklearen Photoabsorptionsquerschnitts führt.

Bei den Mehrfachstreuprozessen wird -wie im Glauber-Modell- im Glauber-Gribov-Modell [36, 37, 38] angenommen, daß jedes Nukleon nur einmal am Streuprozess teilnimmt. Dies bedeutet, daß Prozesse wie in Abbildung 6.3 dargestellt nicht berücksichtigt werden. In Referenz [41] wird das linke Diagramm in Abbildung 6.3 für die Zweifachstreuung eines Pions am Deuteron diskutiert und es stellt sich heraus, daß sein Beitrag vernachlässigt werden kann. Anschaulich läßt sich dies dadurch verstehen, daß während der kurzen Zeit,

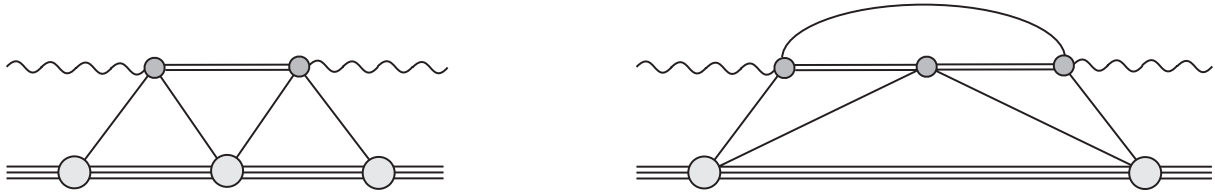


Abbildung 6.3: Nicht berücksichtigte Mehrfachstreuungsprozesse, bei denen ein Nukleonen an mehreren Streuungen beteiligt ist.

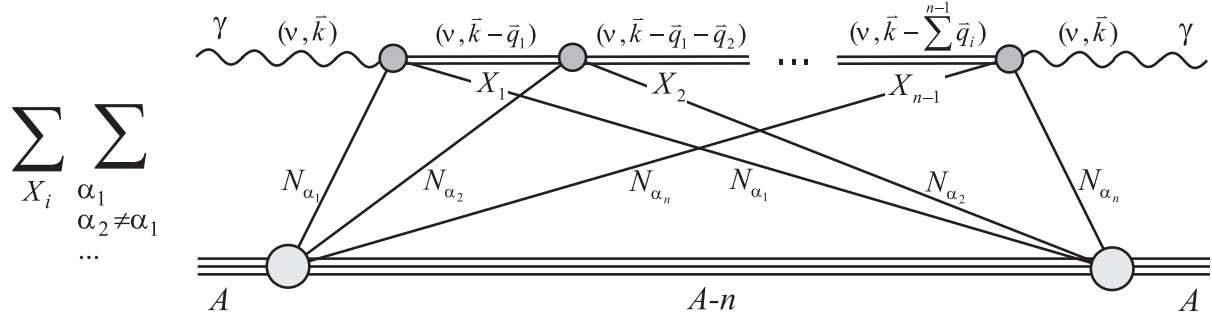


Abbildung 6.4: n-ter Beitrag zur Photon-Kern-Vorwärtsstreuamplitude in Ordnung α_{em} .

die ein schnelles Teilchen braucht, um von einem zum anderen Nukleon zu gelangen, die langsamen Nukleonen nicht miteinander stoßen und wechselwirken können.

Der allgemeine Fall, bei dem n Nukleonen an der Reaktion beteiligt sind, ist in Abbildung 6.4 gezeigt. Mit den obigen Näherungen ergibt sich für die invariante Amplitude für n -fach-Streuung ($n \geq 2$):

$$\begin{aligned}
 i\mathcal{A}^{(n)} = & \frac{A!}{(A-n)!} \prod_{i=1}^{n-1} \left[\int \frac{d^3 q_i}{2m_N (2\pi)^3} \right] \sum_{X_i} i\mathcal{M}_{\gamma X_1}(\vec{q}_1) F(\vec{q}_1) \frac{i}{\nu^2 - (\vec{k} - \vec{q}_1)^2 - m_{X_1}^2 + i\epsilon} \\
 & i\mathcal{M}_{X_1 X_2}(\vec{q}_2) F(\vec{q}_2) \frac{i}{\nu^2 - (\vec{k} - (\vec{q}_1 + \vec{q}_2))^2 - m_{X_2}^2 + i\epsilon} \dots i\mathcal{M}_{X_{n-1} \gamma}(\vec{q}_n) F(\vec{q}_n),
 \end{aligned} \tag{6.14}$$

wobei

$$\begin{aligned}
 \vec{q}_n &= - \sum_{i=1}^{n-1} \vec{q}_i \\
 \mathcal{M}_{\alpha\beta}(\vec{q}_i) &= \mathcal{M}_{\alpha\beta}(\vec{k} - \sum_{j=1}^{i-1} \vec{q}_j, -\frac{1}{2}\vec{q}_j \rightarrow \vec{k} - \sum_{j=1}^i \vec{q}_j, \frac{1}{2}\vec{q}_j).
 \end{aligned} \tag{6.15}$$

Sind die elementaren Amplituden bekannt, so kann daraus zusammen mit (6.1), (6.2) und (6.9) der nukleare Photoabsorptionsquerschnitt bestimmt werden.

6.2 Grenzfall hoher Energien

In diesem Abschnitt wird die Glauber-Gribov-Streureihe für hohe Energien untersucht. Es wird gezeigt, daß die Zweifachstreuung zur Abschattung des nuklearen Photoabsorptionsquerschnitts führt und daß der im letzten Abschnitt bestimmte nukleare Photoabsorptionsquerschnitt für hohe Photonenenergien ν und große A in den des Glauber-Modells (5.30) übergeht. Dazu werden einige Annahmen des Glauber-Modells, wie zum Beispiel die Diagonalnäherung, übernommen werden.

Zunächst wird Gleichung (6.14) geschrieben als

$$i\mathcal{A}^{(n)} = \frac{A!}{A^n(A-n)!} \prod_{i=1}^{n-1} \left[\int \frac{d^3 q_i}{2m_N(2\pi)^3} \right] iV^{(n)} \prod_{j=1}^n \left[\int d^3 x_j e^{i\vec{q}_j \cdot \vec{x}_j} n(\vec{x}_j) \right] \quad (6.16)$$

mit

$$\begin{aligned} iV^{(n)} = & \sum_{X_i} i\mathcal{M}_{\gamma X_1} \frac{i}{\nu^2 - (\vec{k} - \vec{q}_1)^2 - m_{X_1}^2 + i\epsilon} i\mathcal{M}_{X_1 X_2} \frac{i}{\nu^2 - (\vec{k} - (\vec{q}_1 + \vec{q}_2))^2 - m_{X_2}^2 + i\epsilon} \\ & \cdots \frac{i}{\nu^2 - (\vec{k} - \sum_{j=1}^{n-1} \vec{q}_j)^2 - m_{X_{n-1}}^2 + i\epsilon} i\mathcal{M}_{X_{n-1} \gamma}. \end{aligned} \quad (6.17)$$

Die Formfaktoren (6.12) wurden dabei durch die Nukleonendichte $n(\vec{r})$ ausgedrückt:

$$F(\vec{q}) = \frac{1}{A} \int d^3 x e^{i\vec{q} \cdot \vec{x}} n(\vec{x}).$$

Nimmt man an, daß bei hohen Energien die Amplitude $V^{(n)}$ nur schwach von den transversalen Impulsüberträgen $\vec{q}_{i\perp}$ abhängt, kann die Integration über die $\vec{q}_{i\perp}$ in Gleichung (6.16) ausgeführt werden. Benutzt man dabei

$$\sum_{i=1}^n \vec{q}_{i\perp} \cdot \vec{x}_i = \sum_{i=1}^n \vec{q}_{i\perp} \cdot (\vec{x}_{i\perp} - \vec{x}_{n\perp})$$

(vgl. (6.15)), so liefern die Exponentialfunktionen in (6.16) δ -Funktionen der Gestalt $\delta^{(2)}(\vec{x}_{i\perp} - \vec{x}_{n\perp})$. Physikalisch entspricht dies der Annahme, daß bei hohen Energien die Vorwärtsstreuung dominiert und die Wechselwirkung mit den einzelnen Nukleonen bei einem festen Stoßparameter $\vec{b} = \vec{x}_{1\perp} = \dots = \vec{x}_{n\perp}$ stattfindet (Eikonalnäherung). Führt man nun die Integration über die transversalen Koordinaten $\vec{x}_{i\perp}$ aus, so erhält man aus (6.16):

$$i\mathcal{A}^{(n)} = \frac{A!}{A^n(A-n)!} \prod_{i=1}^{n-1} \left[\int \frac{dq_{iz}}{2m_N 2\pi} \right] iV^{(n)} \int d^2 b \prod_{j=1}^n \left[\int dz_j e^{iq_{jz} z_j} n(\vec{b}, z_j) \right] \quad (6.18)$$

Zusammen mit (6.17) entspricht (6.18) der Vorstellung, daß das Projektil nacheinander mit einzelnen Nukleonen an den Orten (\vec{b}, z_j) wechselwirkt und zwischen den einzelnen

Streuvorgängen den Viererimpuls $(\nu; (k - \sum_{j=1}^i q_{jz})\vec{e}_z)$ trägt. Dabei wurde der Impuls des einlaufenden Photons in z -Richtung gewählt. Definiert man

$$l_i := \sum_{j=1}^i q_{jz},$$

so folgt mit

$$\sum_{j=1}^n q_{jz} z_j = \sum_{j=1}^{n-1} l_j (z_j - z_{j+1})$$

(vgl. (6.15)) aus (6.17) und (6.18):

$$\begin{aligned} i\mathcal{A}^{(n)} &= \frac{A!}{A^n(A-n)!} \prod_{i=1}^{n-1} \left[\int \frac{dl_i}{2m_N 2\pi} \right] \sum_{X_i} i\mathcal{M}_{\gamma X_1} \frac{i}{\nu^2 - (k - l_1)^2 - m_{X_1}^2 + i\epsilon} i\mathcal{M}_{X_1 X_2} \\ &\quad \cdots \frac{i}{\nu^2 - (\vec{k} - l_{n-1})^2 - m_{X_{n-1}}^2 + i\epsilon} i\mathcal{M}_{X_{n-1} \gamma} \\ &\quad \times \int d^2b \prod_{j=1}^n \left[\int dz_j n(\vec{b}, z_j) \right] \prod_{k=1}^{n-1} [e^{il_k(z_k - z_{k+1})}] \end{aligned} \quad (6.19)$$

Als nächstes wird die Integration über die Impulse l_i mit Hilfe des Residuensatzes durchgeführt. Die Propagatoren in (6.19) liefern Pole bei

$$l_{i,1} = k + (\sqrt{\nu^2 - m_{X_i}^2} + i\epsilon) \quad (6.20)$$

$$l_{i,2} = k - (\sqrt{\nu^2 - m_{X_i}^2} + i\epsilon). \quad (6.21)$$

$l_{i,1}$ entspricht dabei dem Impuls, der übertragen werden muß, um das Teilchen X_i auf seine Massenschale zu setzen und es am Nukleon um 180° zurückzustreuen. $l_{i,2}$ ist der Impulsübertrag, der nötig ist, um das Teilchen X_i auf seine Massenschale zu setzen ohne eine Richtungsänderung hervorzurufen. In Analogie zu (4.15) kann man $l_{i,2}$ als inverse Kohärenzlänge des i -ten hadronischen Zwischenzustands auffassen. Anschaulich ist klar, daß der hohe Impulsübertrag $l_{i,1}$ vom Formfaktor des Kerns stark unterdrückt wird. Den Hauptbeitrag in (6.19) liefert also der Fall $z_1 < z_2 < \dots < z_n$, für den die Integrationskontur in der unteren komplexen Halbebene geschlossen werden muß und nur die Pole $l_{i,2}$ für Streuung in Vorwärtsrichtung beitragen. Den Fehler, den man durch Vernachlässigung der anderen Fälle macht, geht dabei mit wachsender Photonenergie gegen Null.

Für $z_j < z_{j+1}$ liefert der Residuensatz

$$\begin{aligned}
\int \frac{dl_j}{2\pi} \frac{ie^{il_j(z_j-z_{j+1})}}{(\nu^2 - (k-l_j)^2 - m_{X_j}^2 + i\epsilon)} &= \int \frac{dl_j}{2\pi} \frac{ie^{il_j(z_j-z_{j+1})}}{-(l_j-l_{j,1})(l_j-l_{j,2})} \\
&= -2\pi i \frac{1}{2\pi} \frac{ie^{il_{j,2}(z_j-z_{j+1})}}{-(l_{j,2}-l_{j,1})} \\
&= \frac{e^{il_{j,2}(z_j-z_{j+1})}}{2\sqrt{\nu^2 - m_{X_j}^2}}.
\end{aligned} \tag{6.22}$$

Vernachlässigt man nichtdiagonale Übergänge $X_i \rightarrow X_j$ ($i \neq j$) an den einzelnen Nukleonen (Diagonalnäherung) und definiert

$$\begin{aligned}
m_h &= m_{X_i} \\
\mathcal{M}_h &= \mathcal{M}_{X_i X_i} \\
q_h &= l_{i,2} = k - \sqrt{\nu^2 - m_h^2},
\end{aligned}$$

so erhält man aus (6.19) und (6.22):

$$\begin{aligned}
i\mathcal{A}^{(n)} &= \frac{A!}{A^n(A-n)!} \sum_h \left(\frac{1}{4m_N \sqrt{\nu^2 - m_h^2}} \right)^{n-1} i\mathcal{M}_{\gamma h} (i\mathcal{M}_h)^{n-2} i\mathcal{M}_{h\gamma} \\
&\times \int d^2b \int_{-\infty}^{\infty} dz_1 \int_{z_1}^{\infty} dz_2 \dots \int_{z_{n-1}}^{\infty} dz_n n(\vec{b}, z_1) \dots n(\vec{b}, z_n) e^{iq_h(z_1-z_n)}.
\end{aligned} \tag{6.23}$$

Mit (6.1), (6.2) und (6.9) folgt daraus der nukleare Photoabsorptionsquerschnitt:

$$\sigma_{\gamma A} = A\sigma_{\gamma N} + \frac{1}{2m_N k} \sum_{n=2}^A \mathcal{A}^{(n)}.$$

Für große Photonenergien $\nu^2 \gg m_h^2$, $\nu^2 \gg Q^2$ läßt sich schreiben:

$$\begin{aligned}
\sigma_{\gamma A} &= A\sigma_{\gamma N} + \sum_{n=2}^A \frac{A!}{A^n(A-n)!} \sum_h \operatorname{Re} \left\{ \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2m_N k} \right)^2 \mathcal{M}_{\gamma h} \mathcal{M}_{h\gamma} \left(\frac{i\mathcal{M}_h}{4m_N k} \right)^{n-2} \right. \\
&\times \left. \int d^2b \int_{-\infty}^{\infty} dz_1 \int_{z_1}^{\infty} dz_2 \dots \int_{z_{n-1}}^{\infty} dz_n n(\vec{b}, z_1) \dots n(\vec{b}, z_n) e^{iq_h(z_1-z_n)} \right\}.
\end{aligned} \tag{6.24}$$

Benutzt man das Hadronen-Dominanz-Modell, um für hohe Energien die Photoproduktionsamplituden durch die elastischen Hadron-Streuamplituden auszudrücken:

$$\mathcal{M}_{\gamma h} \approx \mathcal{M}_{h\gamma} \approx \frac{e}{g_h} \mathcal{M}_h, \tag{6.25}$$

und geht man davon aus, daß die Amplituden bei hohen Energien durch ihren Imaginärteil dominiert sind [42], so kann man leicht sehen, daß die Zweifachstreuung zur Abschätzung

des nuklearen Photoabsorptionsquerschnitts führt. Dazu werden in (6.24) nur Terme bis zur Zweifachstreuung betrachtet:

$$\sigma_{\gamma A} = A\sigma_{\gamma N} - C_2 \frac{e^2}{g_h^2} \sigma_{hN}^2,$$

wobei das optische Theorem

$$\sigma_{hN} \approx \frac{1}{2m_N k} \text{Im} \mathcal{M}_h$$

mit $\alpha_h = \text{Re} \mathcal{M}_h / \text{Im} \mathcal{M}_h \approx 0$ verwendet wurde. Der Koeffizient C_2 ist positiv:

$$\begin{aligned} C_2 &= \frac{A!}{A^2(A-2)!} \frac{1}{2} \text{Re} \left\{ \int d^2b \int_{-\infty}^{\infty} dz_1 \int_{z_1}^{\infty} dz_2 n(\vec{b}, z_1) n(\vec{b}, z_2) e^{iq_h(z_1 - z_2)} \right\} \\ &= \frac{A!}{A^2(A-2)!} \frac{1}{4} \left\{ \int d^2b \int_{-\infty}^{\infty} dz_1 \int_{-\infty}^{\infty} dz_2 n(\vec{b}, z_1) n(\vec{b}, z_2) e^{iq_h(z_1 - z_2)} \right\} \\ &= \frac{A!}{A^2(A-2)!} \frac{1}{4} \int d^2b \left| \int_{-\infty}^{\infty} dz n(\vec{b}, z) e^{iq_h z} \right|^2 > 0. \end{aligned} \quad (6.26)$$

Der Beitrag der Zweifachstreuung zum Abschattungseffekt ist also umso größer, je größer die Photoproduktionsamplitude $\mathcal{M}_{\gamma h}$ und je größer die Kohärenzlänge $l_h = q_h^{-1}$ ist. Eine kleine Kohärenzlänge führt zu starken Oszillationen des Integranden in (6.26) und vermindert somit den Abschattungseffekt.

Zum Schluß dieses Abschnitts soll noch gezeigt werden, wie (6.24) für große A in den nuklearen Photoabsorptionsquerschnitt des Glauber-Modells (5.30) übergeht. Der hintere Term in Gleichung (6.24) läßt sich umschreiben:

$$\begin{aligned} &\int_{-\infty}^{\infty} dz_1 \int_{z_1}^{\infty} dz_2 \dots \int_{z_{n-1}}^{\infty} dz_n n(\vec{b}, z_1) \dots n(\vec{b}, z_n) e^{iq_h(z_1 - z_n)} \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} dz_1 \int_{z_1}^{\infty} dz_n \frac{1}{(n-2)!} \left(\int_{z_1}^{z_n} dz' n(\vec{b}, z') \right)^{n-2} n(\vec{b}, z_1) n(\vec{b}, z_n) e^{iq_h(z_1 - z_n)}. \end{aligned}$$

Setzt man diesen Ausdruck in (6.24) ein und verwendet

$$\frac{A!}{A^n(A-n)!} \rightarrow 1 \quad \text{für } A \gg 1,$$

so erhält man für große A :

$$\begin{aligned} \sigma_{\gamma A} &= A\sigma_{\gamma N} + \sum_h \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2m_N k} \right)^2 \text{Re} \left\{ \mathcal{M}_{\gamma h} \mathcal{M}_{h\gamma} \int d^2b \int_{-\infty}^{\infty} dz_1 \int_{z_1}^{\infty} dz_n n(\vec{b}, z_1) n(\vec{b}, z_n) \right. \\ &\quad \times e^{iq_h(z_1 - z_n)} \exp \left[-\frac{1}{2} (1 - i\alpha_h) \sigma_{hN} \int_{z_1}^{z_n} dz' n(\vec{b}, z') \right] \left. \right\}. \end{aligned}$$

Dies entspricht exakt dem im Glauber-Modell gefundenen Ausdruck (5.30), wenn man berücksichtigt, daß der Zusammenhang der Amplituden $\mathcal{M}_{\alpha\beta}$ und $f_{\alpha\beta}$ für sehr hohe Energien durch

$$\mathcal{M}_{\alpha\beta} \approx 8\pi m_N f_{\alpha\beta}$$

gegeben ist. Diesen Zusammenhang erhält man, wenn man den differentiellen Wirkungsquerschnitt im Laborsystem mittels der Amplitude \mathcal{M} bzw. f ausdrückt und die beiden Ausdrücke im Grenzfall hoher Energien vergleicht:

$$\begin{aligned} \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{Lab} \Big|_{t \approx 0} &\approx \frac{|\mathcal{M}_{\alpha\beta}|^2}{64\pi^2 m_N^2} \\ &= \frac{p_\beta}{p_\alpha} |f_{\alpha\beta}|^2 \approx |f_{\alpha\beta}|^2. \end{aligned}$$

Umgekehrt erhält man durch Entwickeln der hinteren Exponentialfunktion in (5.30)

$$\begin{aligned} \sigma_{\gamma A} = A\sigma_{\gamma N} + \sum_h \frac{8\pi^2}{k^2} \text{Re} \Big\{ & f_{\gamma h}(\vec{0}) f_{h\gamma}(\vec{0}) \int d^2b \int_{-\infty}^{+\infty} dz_1 \int_{z_1}^{+\infty} dz_n n(\vec{b}, z_1) n(\vec{b}, z_2) \\ & \times e^{iq_h(z_1 - z_n)} \exp \left[-\frac{1}{2} \sigma_{hN} (1 - i\alpha_V) \int_{z_1}^{z_n} dz' n(\vec{b}, z') \right] \Big\} \end{aligned}$$

die einzelnen Terme der Glauber-Gribov-Streureihe im Fall großer A . Bei kleinen Energien wird der Impulsübertrag q_h groß. Da man in (5.30) nur Beiträge erhält, wenn die Differenz $z_1 - z_2$ nicht sehr viel größer als die Kohärenzlänge $l_h = q_h^{-1}$ ist, liegen die Integrationsgrenzen im Exponenten dicht zusammen und der Exponent wird sehr klein. Es ist also zu erwarten, daß für kleine Photonenergien die Entwicklung der Exponentialfunktion nach wenigen Gliedern abgebrochen werden kann bzw. in der Glauber-Gribov-Streureihe nur die ersten Streuterme berücksichtigt werden müssen.

Kapitel 7

Der EMC-Effekt bei kleinen Bjorken- x

Die anschließenden Kapitel dieser Arbeit befassen sich mit dem Einsetzen des Abschattungseffekts bei kleinen Photonenergien (≈ 1 GeV). Die Annahmen, die im Glauber- und im Glauber-Gribov-Modell gemacht werden, sind allerdings nur für hohe Photonenergien gut erfüllt. Bevor also das Modell für kleine Photonenergien verwendet wird, soll sein Erfolg im hohen Energiebereich demonstriert werden. Besonders gut sind die Voraussetzungen bei der tiefinelastischen Streuung für kleine Bjorken- x erfüllt. Bei den hier auftretenden sehr hohen Energien können weitere vereinfachende Näherungen gemacht werden. Beispielsweise werden die hadronischen Wirkungsquerschnitte für hohe Energien ungefähr konstant und die Streuamplituden rein imaginär, was eine leichte Auswertung der Vielfachstreuereihe ermöglicht. Da der Abschattungseffekt in der tiefinelastischen Streuung schon ausführlich in den Referenzen [14, 15] diskutiert wurde, soll hier lediglich eine kurze Zusammenfassung geliefert und die Rechnung für ^{40}Ca durchgeführt werden.

7.1 Der EMC-Effekt

Da die typische Energie- und Impulsskala der Kernphysik (z.B. Bindungsenergien, Fermi-Impuls) einige Größenordnungen unter den typischen Q^2 -Werten für tiefinelastische Streuung liegt, würde man naiv keinen Unterschied zwischen der tiefinelastischen Streuung an einem freien und einem gebundenen Nukleon, abgesehen von kinematischen Effekten durch die Fermibewegung. Tatsächlich beobachtet man allerdings einen deutlichen Unterschied zwischen der Strukturfunktion F_2^N eines freien Nukleons und der im Kern F_2^A [43]. Dieser Effekt wurde erstmals von der European Muon Collaboration (EMC) am CERN beobachtet [44] und erhielt dadurch seinen Namen. Durch viele weitere Messungen ergibt sich heute ein umfassendes Bild des EMC-Effekts. In Abbildung 7.1 ist der qualitative Verlauf des Verhältnisses $F_2^A(x)/AF_2^N(x)$ dargestellt, dessen Abweichung von Eins nukleare Effekte in der Kernstrukturfunktion aufzeigt:

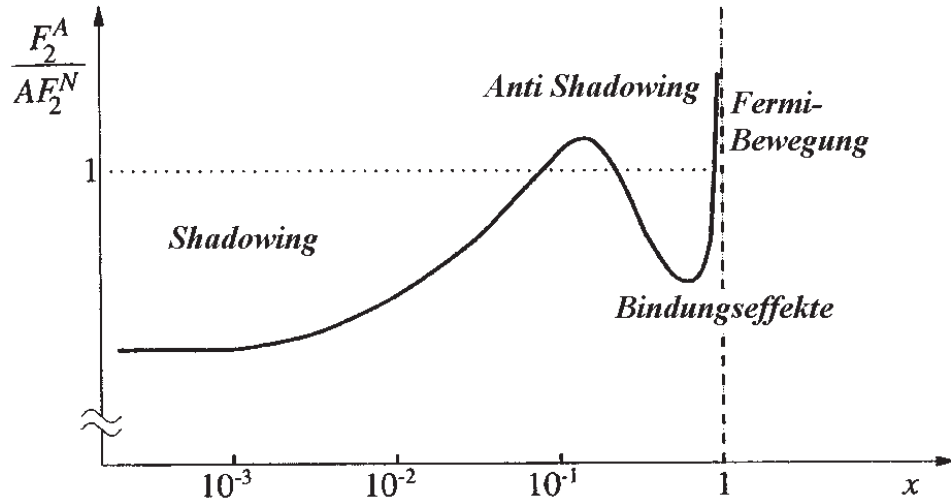


Abbildung 7.1: Qualitatives Bild des Quotienten aus Kern- und Nukleonstrukturfunktion: Für die Abweichung von Eins in den verschiedenen x -Regionen sind verschiedene Mechanismen verantwortlich. Diese Abbildung ist Referenz [14] entnommen.

- Für kleine Werte der Bjorken-Skalenvariable x ($x \lesssim 0.1$) ist die Kernstrukturfunktion gegenüber der des freien Nukleons reduziert. Der Effekt wird in diesem Bereich als Abschattung oder *Shadowing* bezeichnet.
- Im Bereich von $x \approx 0.1 - 0.2$, ist die Kernstrukturfunktion größer als das A -fache der Nukleonstrukturfunktion. Dieser Effekt wird *Anti Shadowing* genannt.
- Die Unterdrückung im Bereich $0.2 \lesssim x \lesssim 0.8$ wird auf Bindungseffekte zurückgeführt und oft einfach nur als EMC-Effekt bezeichnet.
- Die Fermibewegung der gebundenen Nukleonen bewirkt das starke Anwachsen der Kernstrukturfunktion für $x \rightarrow 1$. Die Strukturfunktion F_2 ist nur für ein freies Nukleon proportional zu der Impulsverteilung der Quarks. In einem nuklearen Target ist die gemessene Strukturfunktion eine Faltung der Strukturfunktion des freien Nukleons mit der Impulsverteilung der Nukleonen im Kern $f_N(z)$:

$$F_2^A(x) = \int_x^A dz f_N(z) F_2^N(x/z),$$

wobei z den mit A multiplizierten Bruchteil des Kernimpulses bezeichnet, der vom Nukleon getragen wird.

Ein umfassender Überblick über den experimentellen Status und über theoretische Modelle zur Beschreibung des Effekts findet sich in [43].

Diese Kapitel beschränkt sich auf den Bereich kleiner $x < 0.1$ und sehr hohe Photonenergien $\nu \approx 60 - 90$ GeV. In diesem kinematischen Bereich ist der Einfluß von Bindungseffekten und der Fermibewegung sicherlich vernachlässigbar. Der Abschattungseffekt in diesem Bereich läßt sich qualitativ im Partonen-Modell beschreiben. Der Überlapp von Nukleonen

im Kern führt zu einer Erhöhung der Partonendichte. Dadurch wird die Wahrscheinlichkeit dafür erhöht, daß zwei Partonen zu einem Parton mit größerem Impuls verschmelzen und dadurch eine Verschiebung der Partonenverteilungen zu größeren Impulsanteilen bewirkt wird. Im folgenden Abschnitt soll eine alternative Beschreibung im Rahmen des Glauber-Gribov-Modells geliefert werden.

7.2 Abschattung in tiefinelastischer Streuung

Um den Erfolg des Glauber-Gribov-Modells bei hohen Energien zu demonstrieren soll im folgenden die Kernstrukturfunktion F_2^A für den Fall $x < 0.1$ und $\nu^2 \gg Q^2$ analog zu [15] berechnet werden. In Kapitel 3 wurde gezeigt, daß man für diesen Fall die Strukturfunktion des Nukleons F_2^N durch den totalen nukleonischen Wirkungsquerschnitt des ausgetauschten virtuellen Photons ausdrücken kann (siehe Gleichung (3.15)). Analog erhält man für die Kernstrukturfunktion in diesem Fall:

$$F_2^A(x, Q^2) \approx \frac{Q^2}{4\pi^2 \alpha_{em}} \sigma_{\gamma^* A},$$

wobei $\sigma_{\gamma^* A}$ den nuklearen Photoabsorptionsquerschnitt bezeichnet. Dieser läßt sich im Rahmen des Glauber-Gribov-Modells mittels Gleichung (6.24) berechnen, wenn man die darin vorkommenden nukleonischen Amplituden durch das generalisierte Vektormeson-Dominanz-Modell aus Abschnitt 3.2 ausdrückt. Man zerlegt also das in Abbildung 3.4 dargestellte e^+e^- -Annihilationsspektrum wieder in einen kontinuierlichen und einen resonanten Anteil, wobei der ρ^0 -Peak wie im einfachen Vektormeson-Dominanz-Modell durch eine δ -Funktion angenähert wird. Die Vernachlässigung der $\rho - 0$ -Breite sollte das Ergebnis bei den hier involvierten Photonenergien nicht wesentlich beeinflussen. Die hadronischen Zwischenzustände, über die in (6.24) summiert wird, sind dann die Vektormesonen $\rho^0, \omega, \phi, \psi$ und ψ' sowie das Quark-Antiquark-Kontinuum. Die Kernstrukturfunktion kann also in einen nichtabgeschatteten Teil und analog zu (3.23) in einen resonanten (hadronische Zwischenzustände = Vektormesonen) und einen Kontinuumsanteil (hadronische Zwischenzustände = nichtresonantes $q\bar{q}$ -Kontinuum) zerlegt werden:

$$F_2^A(x, Q^2) = AF_2^N(x, Q^2) + F_2^{A, \text{res}}(x, Q^2) + F_2^{A, \text{kont}}(x, Q^2). \quad (7.1)$$

Das optische Theorem zusammen mit (2.5) liefert für die Streuamplituden der Vektormesonen:

$$\begin{aligned} i\mathcal{M}_V &\approx -2m_N k \sigma_{VN} \\ \mathcal{M}_{\gamma V} = \mathcal{M}_{V\gamma} &\approx \frac{e}{g_V} \frac{m_V^2}{Q^2 + m_V^2} \mathcal{M}_V, \end{aligned}$$

wobei die Amplituden für die betrachteten Energien ν als rein imaginär ($\alpha_h = 0$) angenommen wurden. Aus Gleichung (6.24) kann damit der resonante Anteil bestimmt werden:

$$\begin{aligned}
 F_2^{A,\text{res}}(x, Q^2) &= \frac{Q^2}{\pi} \sum_V \left(\frac{m_V^2}{g_V^2} \right)^2 \left(\frac{1}{Q^2 + m_V^2} \right)^2 \sum_{n=2}^A \frac{A!}{A^n (A-n)!} \left(-\frac{1}{2} \right)^{n-1} (\sigma_{VN})^n \\
 &\quad \times \text{Re} \left\{ \int d^2b \int_{-\infty}^{\infty} dz_1 \int_{z_1}^{\infty} dz_2 \dots \int_{z_{n-1}}^{\infty} dz_n n(\vec{b}, z_1) \dots n(\vec{b}, z_n) e^{iq_V(z_1 - z_n)} \right\} \\
 &= \frac{Q^2}{\pi} \sum_V \left(\frac{m_V^2}{g_V^2} \right)^2 \left(\frac{1}{Q^2 + m_V^2} \right)^2 \sum_{n=2}^A (-1)^{n-1} C_n(q_V) (\sigma_{VN})^n, \quad (7.2)
 \end{aligned}$$

mit

$$q_V \approx \frac{Q^2 + m_V^2}{2\nu}$$

und den Vektormesonmassen, Kopplungskonstanten und Wirkungsquerschnitten aus Tabelle 3.1. Analog läßt sich aus Gleichung (6.24) der Kontinuumsanteil der Kernstrukturfunktion bestimmen (siehe auch (3.23)):

$$F_2^{A,\text{kont}}(x, Q^2) = \frac{Q^2}{12\pi^3} \int_{m_\phi^2}^{\infty} d\mu^2 \frac{R^{\text{kont}}(\mu^2) \mu^2}{(\mu^2 + Q^2)^2} \sum_{n=2}^A (-1)^{n-1} C_n(q_h(\mu^2)) (\sigma_{hN}(\mu^2))^n \quad (7.3)$$

mit

$$q_h(\mu^2) \approx \frac{Q^2 + \mu^2}{2\nu}$$

und $\sigma_{hN}(\mu^2)$ und R^{kont} aus Abschnitt 3.2.

Die Koeffizienten der Streureihen (7.2) und (7.3)

$$C_n(q) = \frac{A!}{2^{n-1}(A-n)!} A^{-n} \text{Re} \left\{ \int d^2b \int_{-\infty}^{\infty} dz_1 \int_{z_1}^{\infty} dz_2 \dots \int_{z_{n-1}}^{\infty} dz_n n(\vec{b}, z_1) \dots n(\vec{b}, z_n) e^{iq(z_1 - z_n)} \right\}$$

lassen sich näherungsweise durch

$$C_n(q) \approx \left(\frac{1}{2} \right)^{n-1} \binom{A}{n} A^{-n} \text{Re} \left\{ \int d^2b \int_{-\infty}^{+\infty} dz_1 \int_{-\infty}^{+\infty} dz_2 \dots \int_{-\infty}^{+\infty} dz_n n(\vec{b}, z_1) \dots n(\vec{b}, z_n) e^{iq(z_1 - z_n)} \right\}$$

ausdrücken [14]. Dieser Ausdruck ist für $n = 2$ exakt.

Für eine gaußförmige Kerndichte

$$n_g(\vec{r}) = \frac{1}{\pi^{3/2} a_g^3} \exp \left[-\frac{\vec{r}^2}{a_g^2 A^{2/3}} \right] \quad \text{mit} \quad A^{1/3} a_g = \sqrt{\frac{2}{3}} r_{\text{rms}} \quad (7.4)$$

erhält man

$$\begin{aligned} C_n^g(q) &= \frac{1}{n} \binom{A}{n} (2\pi a_g^2 A^{2/3})^{-(n-1)} \exp \left[-\frac{a_g^2 A^{2/3} q^2}{2} \right] \\ &= \frac{1}{n} \binom{A}{n} \left(\frac{4\pi}{3} r_{\text{rms}}^2 \right)^{-(n-1)} \exp \left[-\frac{r_{\text{rms}}^2 q^2}{3} \right]. \end{aligned}$$

r_{rms} bezeichnet dabei den mittleren quadratischen Radius der Dichteverteilung $n(\vec{r})$.

Die Rechteckdichte

$$n_s(\vec{r}) = \frac{3}{4\pi a_s^3} \theta(A^{1/3} a_s - |\vec{r}|) \quad \text{mit} \quad A^{1/3} a_s = \sqrt{\frac{5}{3}} r_{\text{rms}}$$

liefert

$$\begin{aligned} C_n^s(q) &= \frac{\binom{A}{n} 3^n}{(4\pi)^{n-1} (A^{1/3} a_s)^{3n} q^{n+2}} I_n(A^{1/3} a_s q) \\ &= \frac{\binom{A}{n} 3^n}{(4\pi)^{n-1} \left(\sqrt{\frac{5}{3}} r_{\text{rms}} \right)^{3n} q^{n+2}} I_n \left(\sqrt{\frac{5}{3}} r_{\text{rms}} q \right), \end{aligned}$$

wobei

$$I_n(w) := \int_0^w dv v^{n-1} \sin^2 v.$$

Für die I_n läßt sich eine Rekursionsformel angeben:

$$\begin{aligned} I_1(w) &= \frac{w}{2} - \frac{1}{2} \sin w \cos w, \\ I_2(w) &= \frac{w^2}{4} - \frac{w}{2} \sin w \cos w + \frac{1}{4} \sin w \\ I_{n+2}(w) &= \frac{n+1}{4} w^n \sin^2 w - \frac{1}{2} w^{n+1} \sin w \cos w + \frac{1}{2(n+2)} w^{n+2} - \frac{n(n+1)}{4} I_n(w). \end{aligned}$$

In Abbildung 7.2 ist das mit (7.1) und (3.23) berechnete Verhältnis der Strukturfunktionen F_2^A/AF_2^N für ^{40}Ca ($r_{\text{rms}} = 3.49 \text{ fm}$ [45]) und $x < 0.1$ dargestellt. Die für kleine x experimentell erreichbaren Werte von Q^2 variieren zwischen 0.6 GeV^2 bei $x = 0.0035$ bis 10 GeV^2 bei $x = 0.09$. Wegen

$$x = \frac{Q^2}{2m_N \nu},$$

bedeutet dies in jedem Fall eine sehr hohe Energie ν des ausgetauschten virtuellen Photons. Die Voraussetzungen für die in die Rechnung eingehenden Näherungen und die Anwendung des Vektormeson-Dominanz-Modells sind also erfüllt. Die experimentellen Daten für $x < 0.1$ werden durch die Rechnung sehr gut reproduziert. Zum Vergleich werden in

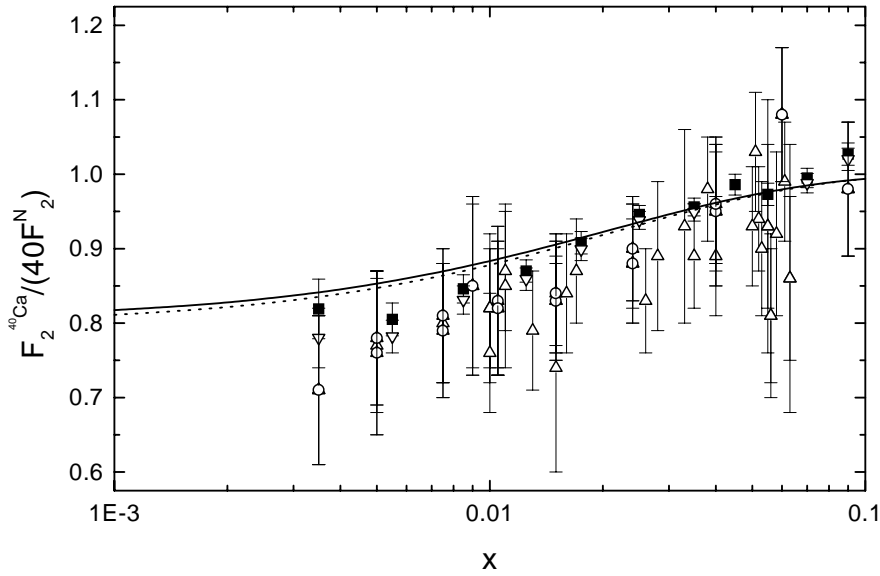


Abbildung 7.2: Verhältnis der Kernstrukturfunktion von ^{40}Ca und der Strukturfunktion des Nukleons. Die durchgezogene Linie entspricht Rechnung (7.1) unter Annahme einer Rechteckdichte für die Nukleonverteilung im Kern. Die gestrichelte Linie entspricht der Rechnung mit einer gaußförmigen Nukleonendichte. Die experimentellen Daten stammen aus: \circ [46], Δ [25], ∇ [47], \blacksquare [48].

Abbildung 7.2 sowohl die Ergebnisse für eine gaußförmige als auch für eine rechteckige Dichteverteilung gezeigt. Die Ergebnisse unterscheiden sich kaum voneinander. Es macht daher keinen Sinn, eine kompliziertere Nukleonverteilung in der Rechnung anzunehmen.

In diesem Abschnitt wurde das Glauber-Gribov-Modell für hochenergetische virtuelle Photonen eindrucksvoll bestätigt. Die Virtualität der Photonen machte die Verwendung des erweiterten Vektormesonen-Dominanz-Modells erforderlich (vgl. Kapitel 3). In den folgenden Kapitel werden nur noch reelle Photonen behandelt, und man kann sich daher auf das einfache Vektormesonen-Dominanz-Modell zur Beschreibung der im Glauber- und Glauber-Gribov-Modell vorkommenden Amplituden beschränken. Insbesondere bei den Energien, bei denen der Abschattungseffekt im nuklearen Photoabsorptionsquerschnitt einsetzt ($\gtrsim 1$ GeV), spielt nur noch das leichteste Vektormeson, das ρ^0 , wegen seiner geringen Masse und seiner starken Kopplung an das Photon eine wesentliche Rolle als hadronischer Zwischenzustand in (5.30) und (6.24).

Kapitel 8

Nukleare Photoabsorption: I. Eikonalnäherung

In den vorangegangenen Kapiteln wurde festgestellt, daß der Abschattungseffekt im wesentlichen durch die Kohärenzlänge bzw. den zur Photoproduktion hadronischer Zwischenzustände benötigten Impulsübertrag bestimmt wird. Da bisher alle Produktionsprozesse in Vorwärtsrichtung angenommen wurden (Eikonalnäherung), müssen diese hadronischen Zwischenzustände die Quantenzahlen des Photons tragen. Für reelle Photonen kann man sich diese Zustände durch die leichten Vektormesonen ρ^0 , ω , ϕ dominiert denken. Die Energie, bei der der nukleare Abschattungseffekt einsetzt, wird dabei wie in Abschnitt 4.2 besprochen durch die Eigenschaften des leichtesten Vektormesons, dem ρ^0 , bestimmt. Das ω liefert wegen seinem kleinem Photoproduktionsquerschnitt nur einen kleinen Beitrag. Der Abschattungseffekt bei kleinen Photonenergien gibt daher Aufschluß über eventuelle Mediummodifikationen des ρ^0 im Kern. Dieses Kapitel wird zunächst den nuklearen Absorptionsquerschnitt für Photonenergien zwischen 3 GeV und 85 GeV im Rahmen des Glauber-Modells aus Kapitel 5 behandeln. In diesem Energiebereich können die Annahmen des Modells als erfüllt angesehen werden. Im zweiten Abschnitt dieses Kapitels wird der Energiebereich von 1 GeV bis 3 GeV betrachtet. Auch in diesem Energiebereich kann der Abschattungseffekt im Rahmen des in Kapitel 5 eingeführten Modells quantitativ verstanden werden, wenn man Zwei-Teilchen-Korrelationen zwischen den Nukleonen berücksichtigt.

8.1 Photoabsorptionsquerschnitt bei hohen Energien

In Abschnitt 5.2 wurde folgende Formel zur Berechnung des nuklearen Photoabsorptionsquerschnitts im Glauber-Modell hergeleitet (5.30):

$$\begin{aligned} \sigma_{\gamma A} = A\sigma_{\gamma N} + \sum_{V=\rho,\omega,\phi} \frac{8\pi^2}{kk_V} \text{Re} \left\{ f_{\gamma V}(\vec{0}) f_{V\gamma}(\vec{0}) \int d^2b \int_{-\infty}^{+\infty} dz_1 \int_{z_1}^{+\infty} dz_2 n(\vec{b}, z_1) n(\vec{b}, z_2) \right. \\ \left. \times e^{iq_V(z_1-z_2)} \exp \left[-\frac{1}{2} \sigma_{VN} (1 - i\alpha_V) \int_{z_1}^{z_2} dz' n(\vec{b}, z') \right] \right\}. \end{aligned} \quad (8.1)$$

Da in diesem Kapitel die Photoabsorption reeler Photonen ($Q^2 = 0$) betrachtet wird, können die in (8.1) auftretenden Amplituden über das einfache Vektormesonen-Dominanz-Modell aus Abschnitt 2.2 in Verbindung zueinander gebracht werden:

$$f_{\gamma V}(\vec{0}) f_{V\gamma}(\vec{0}) = \frac{e^2}{g_V^2} f_V^2(\vec{0}), \quad (8.2)$$

wobei die Vektormeson-Nukleon-Vorwärtstreuamplitude unter Verwendung des optischen Theorems als

$$f_V(\vec{0}) = \frac{ik_V}{4\pi} \sigma_{VN} (1 - i\alpha_V)$$

geschrieben werden kann. Das Verhältnis α_V von Real- und Imaginärteil der VN -Vorwärtstreuamplitude kann mittels folgender Dispersionsrelation [49] bestimmt werden:

$$\begin{aligned} \text{Re} f_V(\vec{0}, \nu) &= \text{Re} f_V(\vec{0}, \nu_0) + \frac{2(\nu^2 - \nu_0^2)}{\pi} P \int_{\nu_{\min}}^{+\infty} \frac{d\nu' \nu' \text{Im} f_V(\vec{0}, \nu')}{(\nu'^2 - \nu_0^2)(\nu'^2 - \nu^2)} \\ \text{Im} f_V(\vec{0}, \nu) &= \frac{k_V}{4\pi} \sigma_{VN}(\nu). \end{aligned} \quad (8.3)$$

$P \int$ bezeichnet hierbei den Hauptwert des Integrals und ν die Energie des Vektormesons. Kennt man den totalen Wirkungsquerschnitt $\sigma_{VN}(\nu)$, so kann man α_V bestimmen, sofern der Realteil von $f_V(\vec{0})$ für eine Energie ν_0 bekannt ist. Für $\nu_0 = 6$ GeV und $\nu_0 = 4$ GeV wurde α_ρ experimentell [50, 51, 52] zu $\alpha_\rho = -0.21 \pm 0.08$ bzw. $\alpha_\rho = -0.30 \pm 0.12$ bestimmt. Für hohe Energien ($\gtrsim 2$ GeV) läßt sich der Wirkungsquerschnitt $\sigma_{\rho^0 N}$ durch die Pion-Nukleon-Wirkungsquerschnitte ausdrücken (Quark-Modell):

$$\sigma_{\rho^0 N} = \frac{1}{2} (\sigma_{\pi^+ N} + \sigma_{\pi^- N}).$$

Die πN -Wirkungsquerschnitte können durch Fits an experimentellen Daten bestimmt werden. Für die Berechnung des nuklearen Photoabsorptionsquerschnitt für Photonenergien > 3 GeV in diesem Abschnitt wird die Parametrisierung aus Referenz [1] verwendet:

$$\sigma_{\rho^0 N} \approx \sigma_{\omega N} = 20.8 \left(1 + \frac{0.766}{\sqrt{k_{\rho,\omega}/\text{GeV}}} \right) \text{ mb} \quad (8.4)$$

$$\sigma_\phi \approx 12 \text{ mb} \quad (8.5)$$

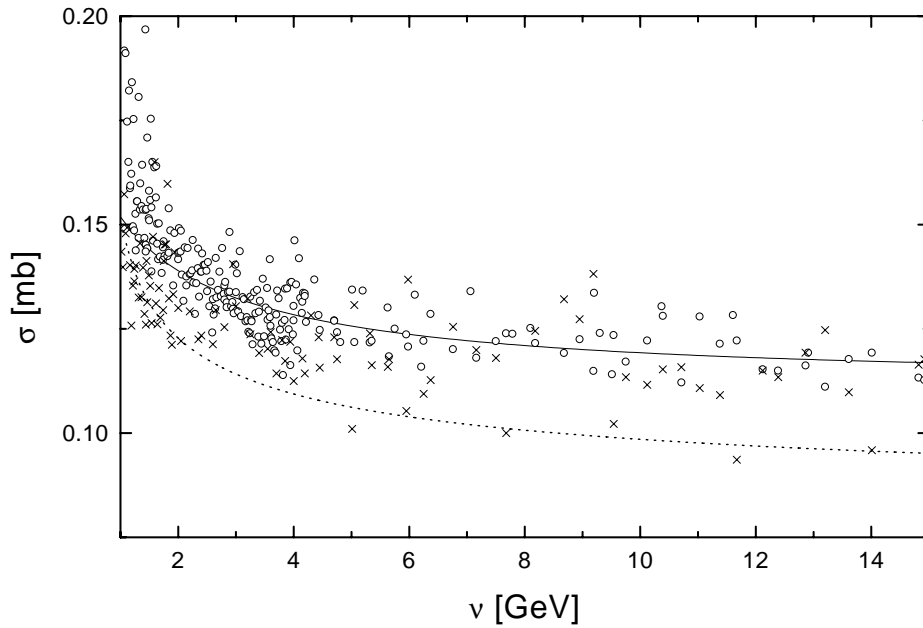


Abbildung 8.1: Totaler Photoabsorptionsquerschnitt ($\sigma_{\gamma p}$: \circ , $\sigma_{\gamma n}$: \times) aufgetragen gegen die Photonenergie ν im Laborsystem. Die durchgezogene Linie entspricht der Regge-Parametrisierung (8.7), die gestrichelte Linie entspricht der Vorhersage des einfachen Vektormesonendominanz-Modells (8.8).

und

$$\begin{aligned} \alpha_{\rho^0} = \alpha_{\omega} &= -\frac{0.766}{\sqrt{k_{\rho,\omega}/\text{GeV}} + 0.766} \\ \alpha_{\phi} &= 0. \end{aligned} \quad (8.6)$$

Für hohe Energien werden also die Streuamplituden rein imaginär und die Wirkungsquerschnitte konstant, wie für die Beschreibung der tiefinelastischen Streuung im erweiterten Vektormesonendominanz-Modell angenommen wurde.

Für Photonenergien > 3 GeV sind die Näherungen, die bei der Herleitung von Gleichung (8.1) in Kapitel 5 gemacht wurden, gerechtfertigt. Des weiteren ist in diesem Energiebereich der Unterschied zwischen $\sigma_{\gamma p}$ und $\sigma_{\gamma n}$ vernachlässigbar (siehe Abbildung 2.1). Für den Photon-Nukleon-Wirkungsquerschnitt wird die Regge-Parametrisierung aus Referenz [53] übernommen:

$$\sigma_{\gamma N} = X \left(\frac{s}{\text{GeV}^2} \right)^{\epsilon} + Y \left(\frac{s}{\text{GeV}^2} \right)^{-\eta} \quad (8.7)$$

mit den Parametern

$$X = 0.071 \text{ mb}, \quad \epsilon = 0.075, \quad Y = 0.12 \text{ mb}, \quad \eta = 0.46.$$

Der so parametrisierte Photon-Nukleon-Wirkungsquerschnitt ist um ca. 20 μb größer als der, den das einfache Vektormeson-Dominanz-Modell

$$\sigma_{\gamma N}^{\text{SVD}} = \sum_{V=\rho,\omega,\phi} \frac{e^2}{g_V^2} \sigma_{VN} \quad (8.8)$$

mit den Parametrisierungen (8.4) und (8.5) sowie den Kopplungskonstanten aus Tabelle 2.1 liefern würde (siehe Abbildung 8.1). Diese Differenz kann im Hadronen-Dominanz-Modell durch das Ankoppeln des Photons über schwerere hadronische Zwischenzustände erklärt werden, über die in (8.8) nicht summiert wird. Die in (8.2) benötigten VMD-Kopplungskonstanten sind in Tabelle 2.1 aufgeführt. Für die Nukleonendichteverteilung $n(\vec{r})$ wird eine Woods-Saxon-Verteilung angenommen:

$$n(\vec{r}) = \frac{\rho_0}{1 + \exp\left[\frac{r-R}{a}\right]}. \quad (8.9)$$

Die in (8.9) verwendeten Parameter stammen aus einer Anpassung an Hartree-Fock-Rechnungen [54], die die über den elektrischen Formfaktor experimentell gemessene Ladungsdichteverteilung sehr gut beschreiben. Die Parameter für die betrachteten Kerne sind in Tabelle 8.1 aufgeführt.

Kern	R/fm	a/fm	ρ_0/fm^{-3}
^{12}C	2.209	0.479	0.182
^{27}Al	3.090	0.478	0.177
^{63}Cu	4.313	0.477	0.167
^{120}Sn	5.513	0.476	0.159
^{208}Pb	6.755	0.476	0.154

Tabelle 8.1: Verwendete Parameter für die Nukleonendichteverteilung $n(\vec{r})$ gemäß Gleichung (8.9).

In Abbildung 8.2 wird das mit (8.1) und den oben beschriebenen Parametrisierungen berechnete Verhältnis von nuklearem Photoabsorptionsquerschnitt und dem A -fachen des nukleonischen Photoabsorptionsquerschnitts für verschiedene Kerne mit den experimentellen Daten verglichen. Die gestrichelte Linie entspricht der Rechnung unter Vernachlässigung des Realteils der Streuamplituden ($\alpha_V = 0$). Die Berücksichtigung des Realteils führt insbesondere bei schwereren Kernen für Photonenergien unterhalb von etwa 15 GeV zu einer wesentlichen Verstärkung des Abschattungseffekts (Man beachte die unterschiedliche Skalierung der 2. Achse in Abbildung 8.2.). Der Realteil der Streuamplituden wird daher im nächsten Abschnitt bei der Beschreibung des Abschattungseffekts für Photonenergien unterhalb von 3 GeV eine tragende Rolle spielen. Die Glauber-Formel (8.1) liefert für alle betrachteten Kerne im Energiebereich von 3 bis 85 GeV eine ausgezeichnete Beschreibung der experimentellen Daten.

Aus Gleichung (8.1) wird auch klar, daß die A_{eff} an der Reaktion beteiligten Nukleonen hauptsächlich an der Vorderseite des Kerns sitzen und die dahinterliegenden Nukleonen

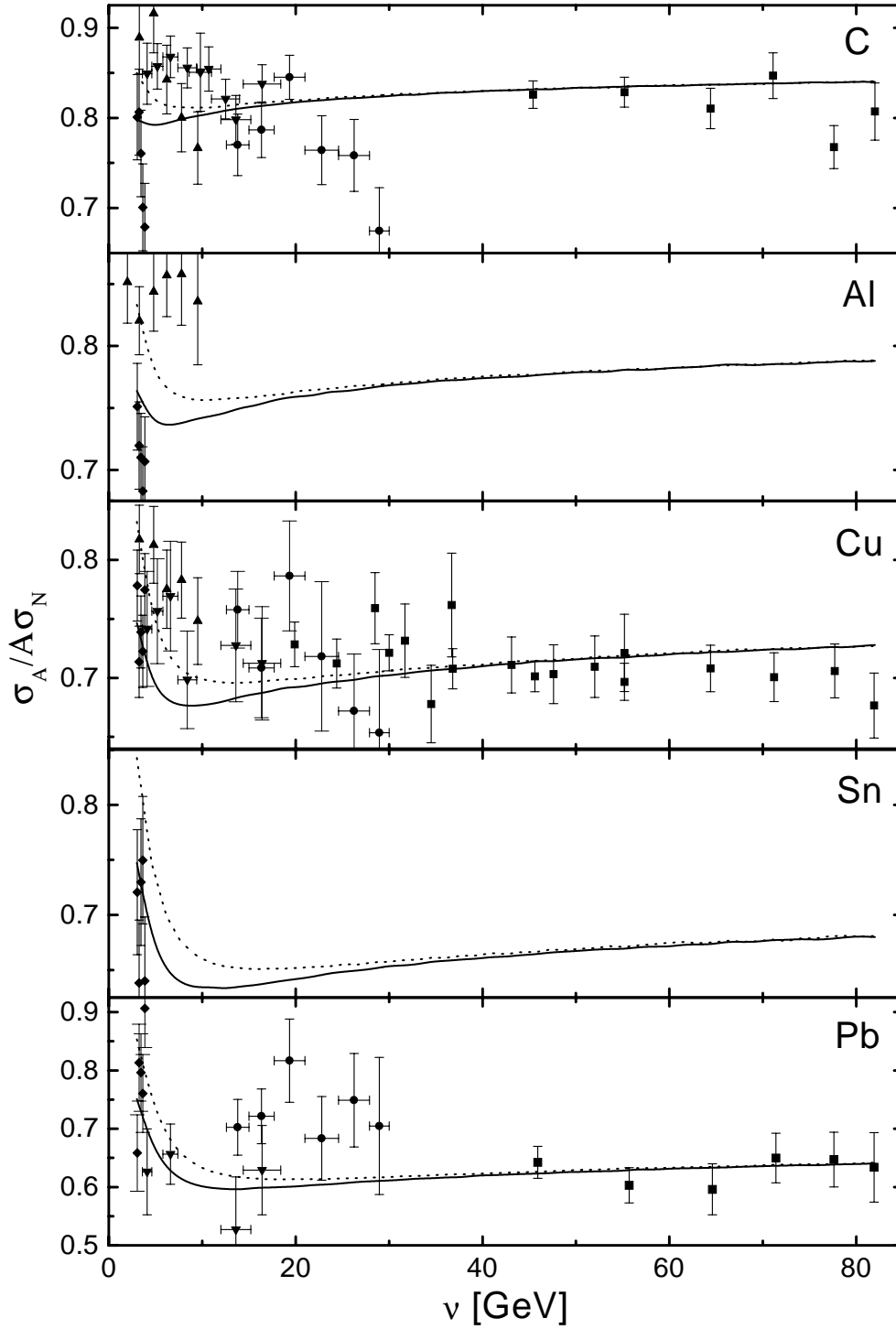


Abbildung 8.2: Die durchgezogene Linie stellt das mit Gleichung (8.1) berechnete Verhältnis von nuklearem Photoabsorptionsquerschnitt und dem A -fachen des Photoabsorptionsquerschnitts des Nukleons dar. Die gepunktete Linie entspricht dem Ergebnis bei Vernachlässigung des Realteils der VN -Streuamplituden ($\alpha_V = 0$). Näheres dazu im Text. Die experimentellen Daten stammen aus: ▼ [55], ♦ [56], ▲ [57], • [58], ■ [59].

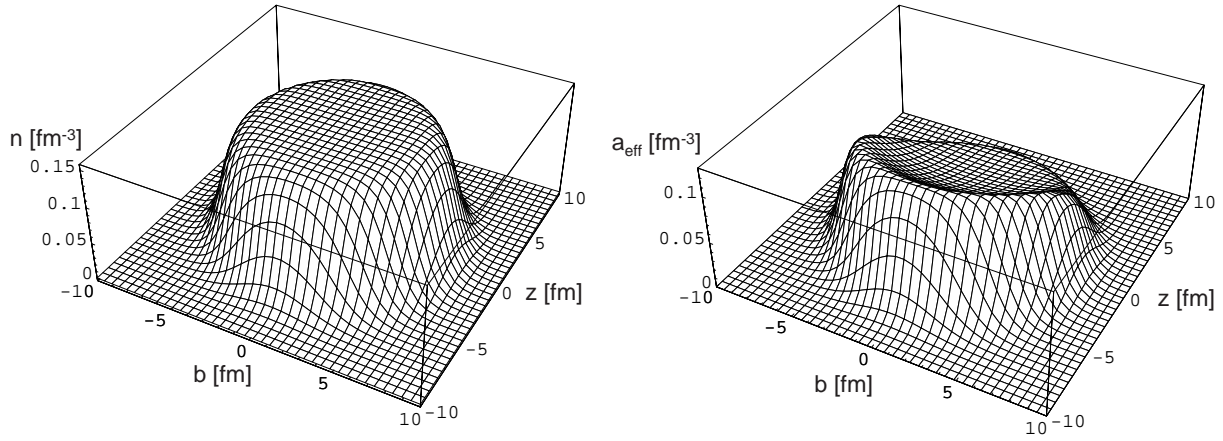


Abbildung 8.3: *Links:* Nukleonendichteverteilung in ^{208}Pb gemäß der Woods-Saxon-Verteilung (8.9). *Rechts:* Die mit (8.10) berechnete Dichteverteilung $a_{\text{eff}}(\vec{r})$ der an der Reaktion eines 20 GeV Photons mit ^{208}Pb beteiligten Nukleonen. Das Photon läuft aus negativer z -Richtung ein. Man erkennt deutlich die Abschattung der hinteren Nukleonen durch die an der Vorderseite des Kerns liegenden.

abschatten. Um dies zu sehen, schreibt man den totalen Photoabsorptionsquerschnitt als

$$\sigma_{\gamma A} = \int d^3r a_{\text{eff}}(\vec{r}) \sigma_{\gamma N} = A_{\text{eff}} \sigma_{\gamma N}.$$

a_{eff} kann als Dichteverteilung der an der Reaktion beteiligten Nukleonen interpretiert werden. Durch Vergleich mit (8.1) erhält man

$$a_{\text{eff}}(\vec{r}) = n(\vec{r}) s_N(\vec{r}) \quad (8.10)$$

mit

$$s_N(\vec{r}) = 1 + \frac{1}{\sigma_{\gamma N}} \sum_{V=\rho,\omega,\phi} \frac{8\pi^2}{k k_V} \text{Re} \left\{ f_{\gamma V}(\vec{0}) f_{V\gamma}(\vec{0}) \int_{z_1}^{+\infty} dz_2 n(\vec{b}, z_2) e^{iq_V(z_1 - z_2)} \right. \\ \left. \times \exp \left[-\frac{1}{2} \sigma_{VN} (1 - i\alpha_V) \int_{z_1}^{z_2} dz' n(\vec{b}, z') \right] \right\}.$$

In Abbildung 8.3 ist $a_{\text{eff}}(\vec{r})$ für ein 20 GeV-Photon aufgetragen, das mit einem ^{208}Pb -Kern reagiert. Man sieht, daß die an der Reaktion beteiligten Nukleonen überwiegend an der Vorderseite des Kerns konzentriert sind und die hinteren Nukleonen abschatten. Dies entspricht dem Bild, das man für hadronische Projektile erwarten würde, da diese auf Grund ihres hohen nukleonischen Wirkungsquerschnitts nur eine kurze mittlere freie Weglänge im Kern haben. Da in Gleichung (5.31) gezeigt wurde, daß für hochenergetische Photonen das in Abbildung 5.4 dargestellte naive Vektormesonen-Dominanz-Bild gilt, ist dieses Resultat plausibel.

In diesem Abschnitt wurde gezeigt, daß sich die Abschattung des nuklearen Photoabsorptionsquerschnitts für Photonenergien > 3 GeV im Rahmen des in Kapitel 5 hergeleiteten

Glauber-Modells sehr gut beschreiben läßt. Für hohe Energien sind auch die in das Modell eingehenden Annahmen gerechtfertigt. Im nächsten Abschnitt soll das Modell in den Energiebereich von 1 GeV bis 3 GeV extrapoliert werden. Es wird sich herausstellen, daß auch in diesem Bereich das Glauber-Modell die experimentellen Daten quantitativ sehr gut beschreibt, sofern man Zwei-Teilchen-Korrelationen zwischen den Nukleonen berücksichtigt.

8.2 Photoabsorptionsquerschnitt bei niedrigen Energien

Photoabsorptionsdaten für C, Al, Cu, Sn und Pb [60, 61] im Energiebereich von 1 bis 2.6 GeV deuten auf ein frühes Einsetzen des Abschattungseffekts hin. Der Versuch [61, 62] im Rahmen neuerer Modelle [9, 63] den Abschattungseffekt in diesem Energiebereich zu beschreiben, war nicht erfolgreich. Die verwendeten Modelle unterschätzen den Abschattungseffekt bei kleinen Energien bzw. ergeben bei Berücksichtigung von Zwei-Teilchen-Korrelationen zwischen den Nukleonen Anti-Shadowing [64] für Photonenergien unterhalb von 2 GeV. Der Grund dafür ist die Vernachlässigung des Realteils der VN -Streuamplituden. Wie im letzten Abschnitt gezeigt wurde, bewirkt dieser Realteil eine stärkere Abschattung des Photoabsorptionsquerschnitts bei kleinen Photonenergien. Eine Berücksichtigung des Realteils führt allerdings bei kleinen Energien zu einer leichten Überschätzung des Abschattungseffekts im Rahmen des Glauber-Modells (8.1), wenn man nicht gleichzeitig die Zwei-Teilchen-Korrelationen der Nukleonen berücksichtigt. Beide Effekte zusammen ermöglichen eine quantitative Beschreibung des Abschattungseffekts auch im Energiebereich von 1 bis 3 GeV [65].

Im letzten Abschnitt wurde schon erwähnt, daß experimentelle Untersuchungen für Energien von ungefähr 4 GeV und 6 GeV einen negativen Realteil der ρN -Vorwärtstreuamplitude in der gleichen Größenordnung wie ihr Imaginärteil ergeben. Berechnungen [66, 67] unter Verwendung der Dispersionsrelation (8.3) zeigen, daß im Energiebereich zwischen 1 GeV und 3 GeV der Realteil der ρN -Vorwärtstreuamplitude nicht mehr zu vernachlässigen ist. Die für die Berechnung benötigte Energieabhängigkeit des totalen ρN -Wirkungsquerschnitts wurde in Referenz [66] unter Verwendung des einfachen Vektormesonen-Dominanz-Modells aus dem totalen Photoabsorptionsquerschnitt extrahiert und in Referenz [67] für hohe Energien aus ρ -Photoproduktionsdaten und niedrigen Energien aus einem Resonanz-Modell bestimmt. Für Energien oberhalb von 2 GeV unterscheiden sich diese Parametrisierungen nicht wesentlich von der Quark-Modell-Parametrisierung (8.4). Die in [67] ermittelte Abhängigkeit der ρN -Vorwärtstreuamplitude vom Impuls k_ρ des ρ -Mesons im Laborsystem ist in Abbildung 8.4 dargestellt. Für den hier betrachteten Energiebereich von ca. 1 bis 3 GeV ergibt sich die folgende Parametrisierung:

$$\text{Re} f_\rho(\vec{0}, k_\rho) = a - b \log[k_\rho/\text{GeV}] \quad (8.11)$$

$$\text{Im} f_\rho(\vec{0}, k_\rho) = c + d (k_\rho/\text{GeV})^\beta \quad (8.12)$$

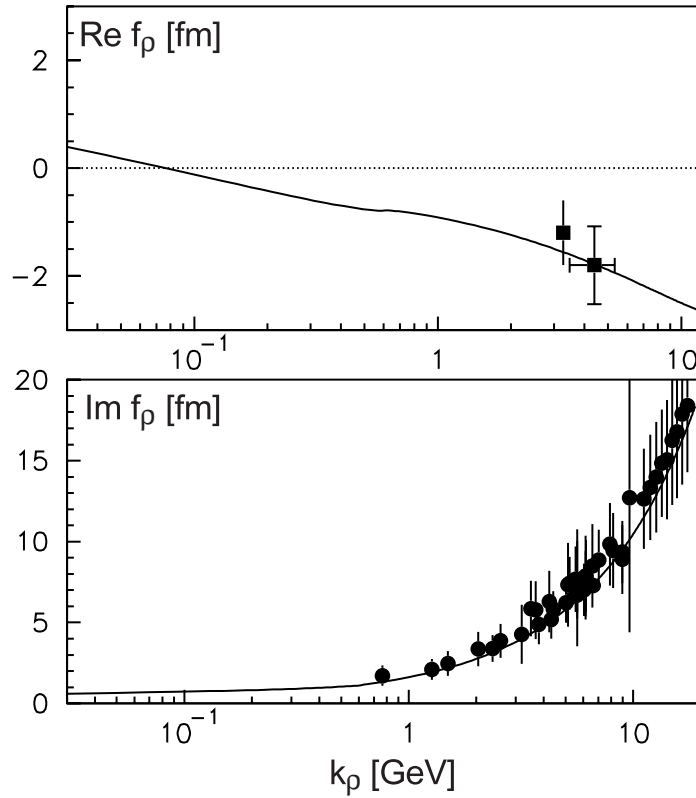


Abbildung 8.4: Impulsabhängigkeit des Real- und Imaginärteils der ρN -Vorwärtsstreuamplitude $f_\rho(\vec{0})$. k_ρ ist der Impuls des ρ -Mesons im Laborsystem. Die eingezeichneten Datenpunkte wurden aus Experimenten zur ρ -Photoproduktion extrahiert. Die Abbildung stammt aus [67].

mit den Parametern

$$a = -1.00 \text{ fm}, \quad b = -1.07 \text{ fm}, \quad c = 0.54 \text{ fm}, \quad d = 1.08 \text{ fm}, \quad \beta = 0.94.$$

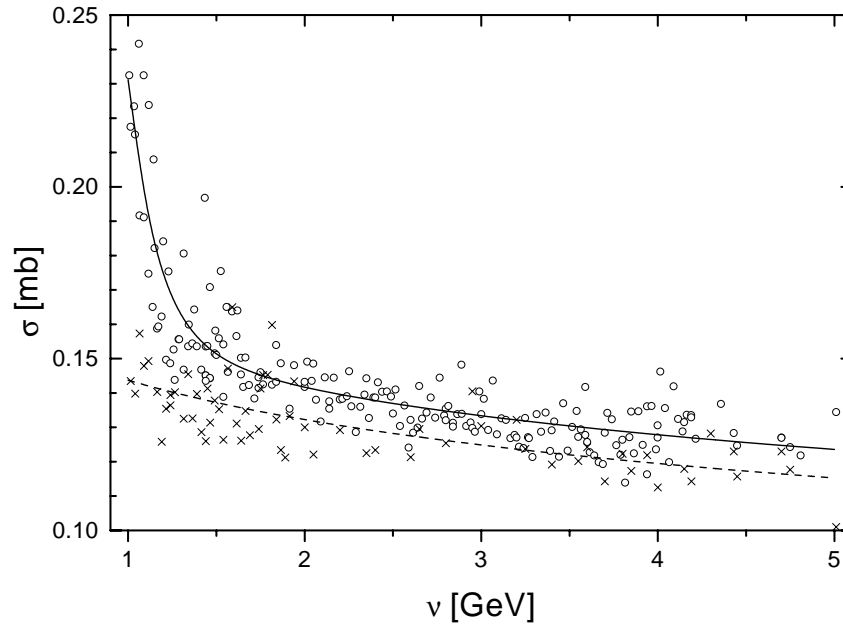
Der totale Photon-Nukleon-Wirkungsquerschnitt läßt sich für Photonenergien < 3 GeV nicht mehr durch die Regge-Parametrisierung (8.7) beschreiben, sondern muß für Protonen und Neutronen getrennt an die experimentellen Daten angefitet werden. Die Daten im Photonenergiebereich von 1 bis 5 GeV lassen sich durch die folgenden Parametrisierungen gut beschreiben:

$$\sigma_{\gamma p} = X_p \left(\frac{s}{\text{GeV}^2} \right)^{a_p} + Y_p \left(\frac{s}{\text{GeV}^2} \right)^{b_p} \quad (8.13)$$

$$\sigma_{\gamma n} = X_n \left(\frac{s}{\text{GeV}^2} \right)^{a_n} + Y_n \left(\frac{s}{\text{GeV}^2} \right)^{b_n} \quad (8.14)$$

mit den Parametern

$$X_p = 1363.39 \text{ mb}, \quad a_p = -9.64, \quad Y_p = 0.18 \text{ mb}, \quad b_p = -0.17$$



Abbildungung 8.5: Totaler Photoabsorptionsquerschnitt ($\sigma_{\gamma p} : \circ$, $\sigma_{\gamma n} : \times$) aufgetragen gegen die Photonenergie ν im Laborsystem. Die durchgezogene Linie entspricht dem Fit (8.13) für den γp -Wirkungsquerschnitt, die gestrichelte Linie entspricht dem Fit für den γn -Wirkungsquerschnitt (8.14).

und

$$X_n = -0.04 \text{ mb}, \quad a_n = -0.57, \quad Y_n = 0.21 \text{ mb}, \quad b_p = -0.21.$$

Die beiden Fits werden in Abbildung 8.5 mit den experimentellen Daten verglichen. Der Photon-Nukleon-Wirkungsquerschnitt wird in den folgenden Rechnungen für jeden Kern einzeln durch Isospinmittelung bestimmt:

$$\sigma_{\gamma N} = \frac{Z\sigma_{\gamma p} + (A - Z)\sigma_{\gamma n}}{A}. \quad (8.15)$$

Z gibt hierbei die Protonenzahl des Kerns an.

Setzt man wie zuvor

$$f_\omega(\vec{0}) = f_\rho(\vec{0})$$

so ergibt sich im Glauber-Modell (8.1) mit den neuen Parametrisierungen (8.11), (8.12) und (8.15) die in Abbildung 8.6 durch die durchgezogene Linie dargestellte Energieabhängigkeit von $\sigma_{\gamma A}/A\sigma_{\gamma N}$. Die gestrichelte Linie entspricht der Rechnung ohne Berücksichtigung des Realteils von $f_V(\vec{0})$. Man sieht, daß eine Vernachlässigung des Realteils zu einer Unterschätzung und die Berücksichtigung zu einer leichten Überschätzung des Abschattungseffekts im betrachteten Energiebereich führt.

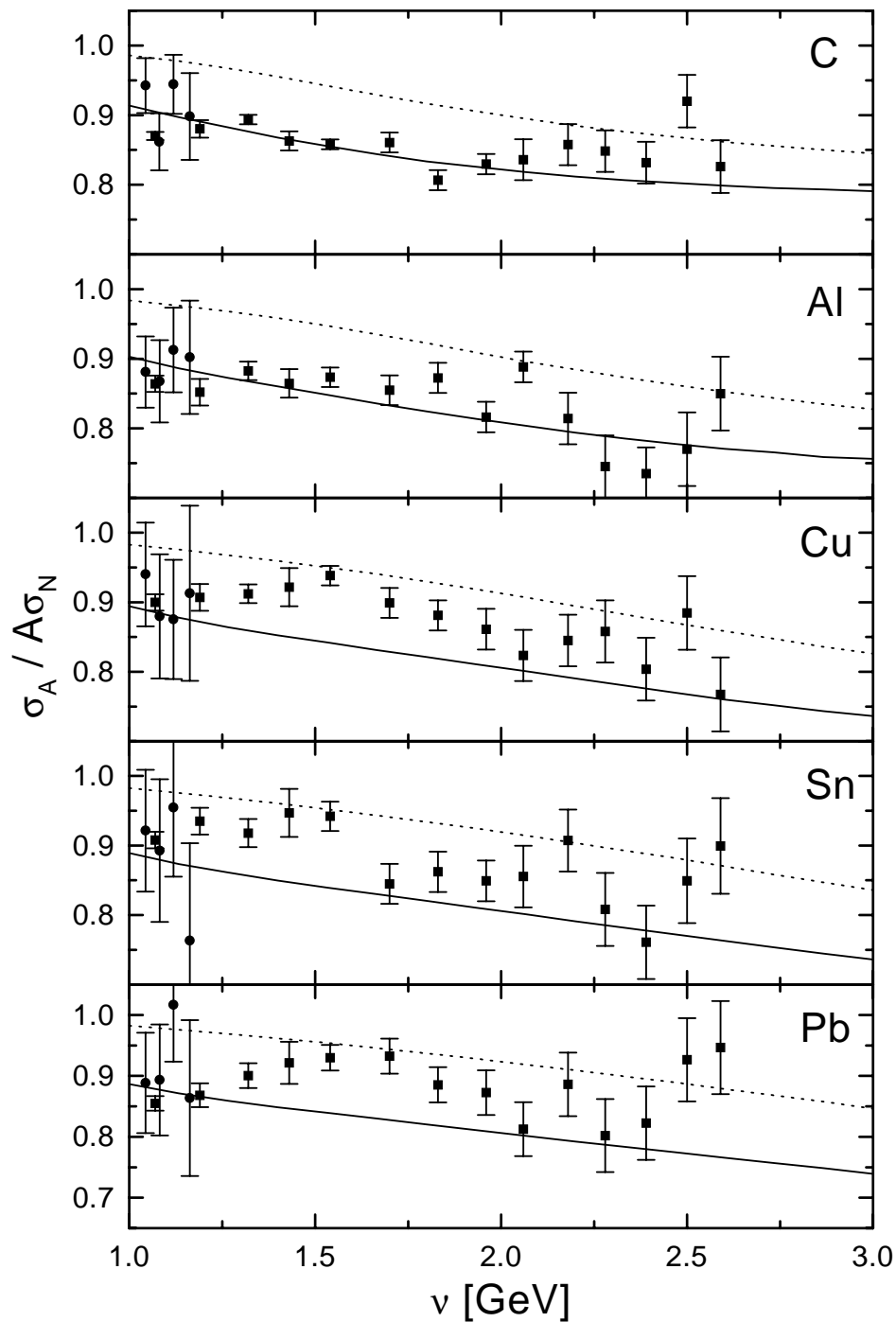


Abbildung 8.6: Mit Gleichung (8.1) berechnetes Verhältnis von nuklearem und nukleonischem Photoabsorptionsquerschnitt aufgetragen gegen die Photonenergie. Die gepunktete Linie entspricht der Rechnung mit $\alpha_V = 0$, die durchgezogene Linie entspricht der Rechnung mit dem Realteil der ρN -Vorwärtsstreuamplitude aus [67]. Die Daten stammen aus: • [60], ■ [61].

Wie läßt sich nun der zu starke berechnete Abschattungseffekt erklären? Für kleine Energien bzw. große Impulsüberträge q_V trägt der zweite Term in (8.1) wegen des stark oszil-

lierenden Faktors

$$e^{iq_V(z_1 - z_2)}$$

im Integranden hauptsächlich für $z_1 \approx z_2$ bei. Das würde aber bedeuten, daß sich das erste und das letzte Nukleon im Streuprozeß ungefähr an derselben Stelle befinden. Solche unphysikalischen Beiträge kommen dadurch zustande, daß bisher die Korrelationen zwischen den einzelnen Nukleonen im Kern vernachlässigt wurden (*Independent Particle Model*). Der Effekt von Zwei-Teilchen-Korrelationen zwischen den Nukleonen wird in [28, 33] untersucht. Hier ist nur ihr Effekt für kleine Photonenergien von Interesse. Da für $z_1 \approx z_2$ der zweite Exponent in (8.1) ungefähr eins ist, reicht es die Korrelationen zwischen dem ersten und dem letzten Nukleon im Streuprozeß zu beachten. Dies kann man durch die Ersetzung des Produkts aus Ein-Teilchen-Dichten in (8.1) durch die Zwei-Teilchendichte

$$n_2(\vec{b}; z_1, z_2) = n(\vec{b}, z_1)n(\vec{b}, z_2) + \Delta(\vec{b}; |z_1 - z_2|) \quad (8.16)$$

erreichen. Für die Zwei-Teilchen-Korrelationsfunktion Δ wird die einfache Besselfunktions-Parametrisierung aus [64] verwendet:

$$\Delta(\vec{b}; |z_1 - z_2|) = -j_0(q_c |z_1 - z_2|)n(\vec{b}, z_1)n(\vec{b}, z_2)$$

mit $q_c = 780$ MeV. Das mit dieser Ersetzung berechnete Verhältnis von nuklearem und nukleonischem Photoabsorptionsquerschnitt ist in Abbildung 8.7 gegen die Photonenergie aufgetragen. Die durchgezogene Linie entspricht dabei wieder der Verwendung des Realteils aus Referenz [67] und die gepunktete der Rechnung ohne Berücksichtigung des Realteils ($\alpha_V = 0$). Man sieht, daß $\alpha_V = 0$ zu einer deutlichen Unterschätzung des Abschattungseffekts im betrachteten Energiebereich führt und für Photonenergien unterhalb von 1.5 GeV (^{12}C) und 2 GeV (^{208}Pb) Anti-Shadowing bewirkt [61, 64]. Die Berücksichtigung des Realteils erlaubt eine hervorragende Beschreibung der experimentellen Daten und erklärt das frühe Einsetzen des Abschattungseffekts. Zum Vergleich ist in Abbildung 8.7 auch das Ergebnis unter Verwendung von Parametrisierung (8.6) eingezeichnet (gestrichelte Linie). Der relativ kleine Unterschied zwischen der gestrichelten und der durchgezogenen Linie weist auf die Unsicherheit in der Kenntnis der elementaren ρN -Streumplitude hin.

Die letzten beiden Abschnitte haben gezeigt, daß das Glauber-Modell die Abschattung des nuklearen Photoabsorptionsquerschnitt im gesamten Energiebereich >1 GeV quantitativ beschreiben kann, wenn man den Realteil der ρN -Streumplitude berücksichtigt. Für kleine Energien müssen dazu allerdings Zwei-Teilchen-Korrelationen zwischen den Nukleonen beachtet werden, um eine Überschätzung des Abschattungseffekts zu vermeiden. Für kleine Photonenergien sind einige der im Glauber-Modell gemachten Näherungen, beispielsweise die Eikonalnäherung, nicht mehr gerechtfertigt. Im letzten Kapitel dieser Arbeit soll daher der Abschattungseffekt im Photonenergiebereich von 1 GeV bis 3 GeV ohne die Eikonalnäherung untersucht werden. Zuvor wird allerdings noch die Interpretation [62] des frühen Einsetzens des Abschattungseffekts als mögliches Zeichen für eine Mediummodifikation des ρ -Mesons diskutiert.

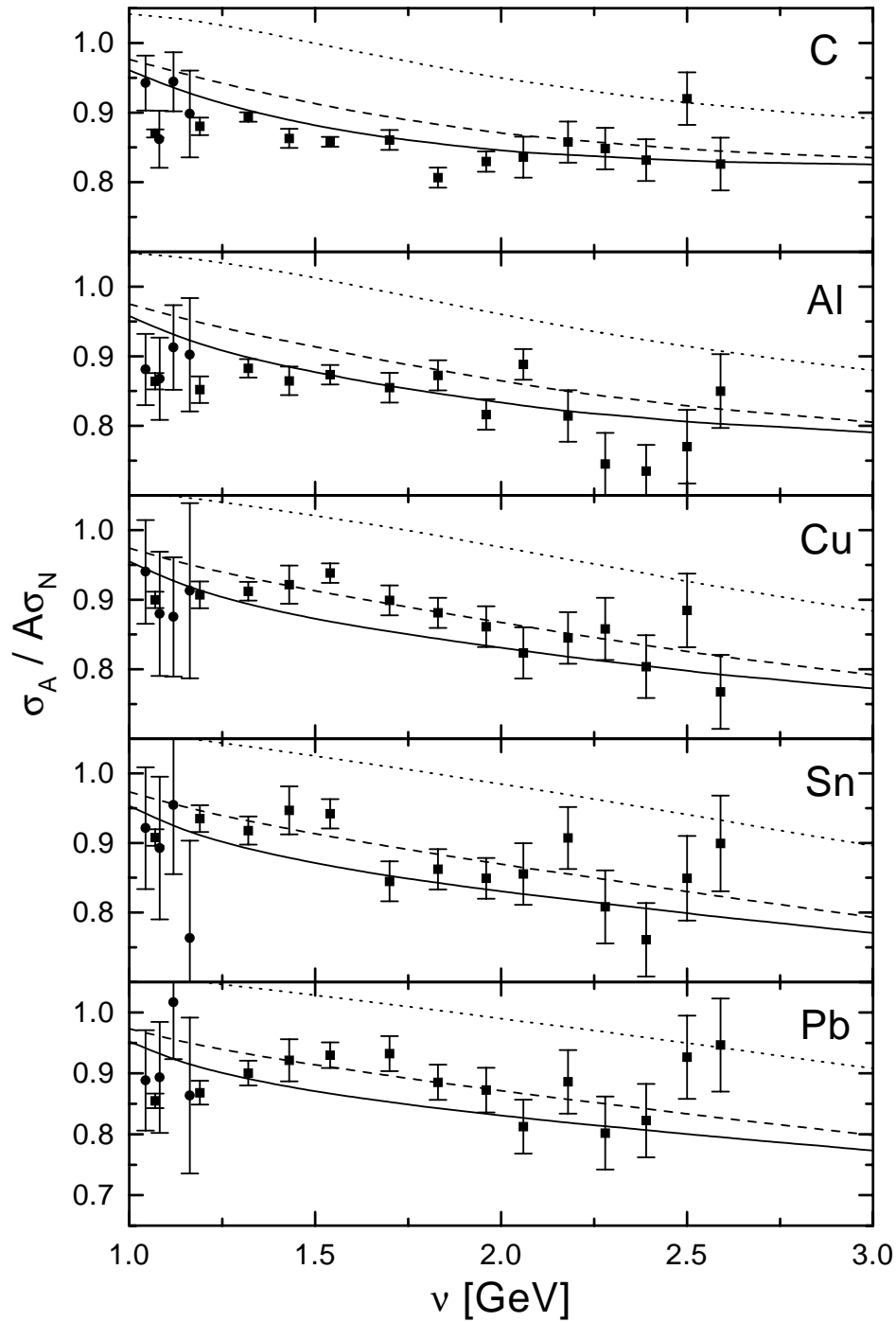


Abbildung 8.7: Mit Gleichung (8.1) unter Berücksichtigung von NN -Korrelationen (8.16) berechnetes Verhältnis von nuklearem und nukleonischem Photoabsorptionsquerschnitt. Die gepunktete Linie entspricht der Rechnung mit $\alpha_V = 0$. Die durchgezogene Linie entspricht der Rechnung mit dem Realteil der ρN -Vorwärtsstreuamplitude aus [67], die gestrichelte der mit Parametrisierung (8.6) aus [1] durchgeführten Rechnung. Die Daten stammen aus: • [60], ■ [61].

8.3 Mediummodifikationen des ρ^0 im Kern

Da sowohl im Glauber- als auch im Glauber-Gribov-Modell die Energie, bei der der Abschattungseffekt einsetzt, von der Kohärenzlänge

$$l_V = q_V^{-1} = \left(k - \sqrt{k^2 - m_V^2} \right)^{-1} \quad (8.17)$$

des leichtesten hadronischen Zwischenzustandes abhängt, wurde das frühe Einsetzen des Abschattungseffekts irrtümlicherweise als Zeichen für eine mögliche Massenabsenkung des ρ -Mesons in Kernmaterie interpretiert [62]. In Referenz [62] wurde dabei das Glauber-Gribov-Modell unter Vernachlässigung des Realteils der Vektormeson-Nukleon-Streuamplituden verwendet und die Masse m_ρ des ρ -Mesons abgesenkt, um die Daten zu beschreiben. Natürlich führt eine Absenkung von m_ρ in (8.17) zu einem kleineren q_ρ und daher zu einem früheren Einsetzen des Abschattungseffekts. Allerdings macht eine Absenkung von m_ρ im Rahmen des Glauber- und Glauber-Gribov-Modells keinen Sinn, da m_ρ die Vakuum-Masse des ρ -Mesons bezeichnet und eventuelle Mediummodifikationen durch die im Glauber-Modell explizit behandelte Mehrfachstreuung zustande kommen. Eine zusätzliche Modifikation der ρ -Masse wäre also eine Doppelzählung der durch Streuung mit den Nukleonen veränderten ρ -Propagation. Dies ist leicht zu erkennen, wenn man den Exponenten in (8.1) für $k^2 \gg m_\rho^2$ ($k_\rho \approx k$) umschreibt:

$$iq_\rho(z_1 - z_2) - \frac{1}{2}\sigma_{\rho N}(1 - i\alpha_\rho) \int_{z_1}^{z_2} dz' n(\vec{b}, z') = -\frac{i}{2k_\rho} \int_{z_1}^{z_2} dz' \left\{ m_\rho^2 - 4\pi f_\rho(\vec{0})n(\vec{b}, z) \right\},$$

wobei q_ρ durch

$$q_\rho \approx \frac{m_\rho^2}{2k_\rho}$$

genähert wurde. Dasselbe Resultat hätte man erhalten, wenn man für den Beitrag des ρ -Mesons zur Compton-Amplitude den in Abbildung 8.8 dargestellten Prozeß betrachtet hätte. In diesem Prozeß erzeugt das Photon am Nukleon an der Stelle z_1 ein effektives ρ^* mit Masse m^* und Breite * , welches formal ohne weitere Streuungen durch den Kern bis zur Stelle z_2 propagiert, an der es in das auslaufende Photon streut. Der effektive Propagator enthält bereits die Mehrfachstreuung des ρ -Mesons und kann aus dem optischen Potential

$$U(\vec{r}) = -4\pi f_\rho(\vec{0})n(\vec{r})$$

berechnet werden. Ein negativer Realteil der Vorwärtsstreuamplitude $f_\rho(\vec{0})$ führt zu einer größeren effektiven Masse des ρ im Kern:

$$m^* = \sqrt{m_\rho^2 - 4\pi \text{Re} f_\rho n}. \quad (8.18)$$

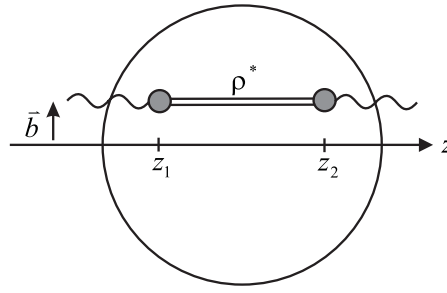


Abbildung 8.8: Der effektive Propagator des ρ^* ersetzt die Mehrfachstreuung des ρ -Mesons in Abbildung 5.3 rechts. Mehr dazu im Text.

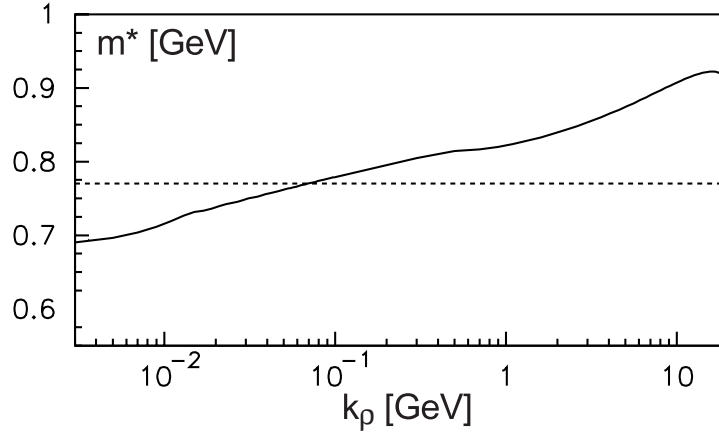


Abbildung 8.9: Mit der in Abbildung 8.4 dargestellten ρN -Vorwärtsstreuamplitude und einer konstanten Kerndichte $n(\vec{r}) = 0.16 \text{ fm}^{-3}$ berechnete effektive Masse m^* (8.18) des ρ -Mesons in Medium. Die Abbildung stammt aus [67].

Die in (8.1) bereits enthaltene Mehrfachstreuung generiert also die Massenverschiebung des ρ -Mesons. Eine externe Massenverschiebung wie in Referenz [62] würde die Mediumeffekte doppelt berücksichtigen.

Nun mag es auf den ersten Blick verwunderlich erscheinen, warum ein stärkerer Abschattungseffekt mit einer größeren ρ -Masse verbunden ist. Das liegt daran, daß der Realteil der Vorwärtsstreuamplitude $f_\rho(\vec{0})$ zu zwei gegenläufigen Effekten führt: Ein negatives α_ρ im Exponenten von (8.1) vermindert die Abschattung. Der Realteil beeinflusst aber auch den Vorfaktor $f_{\gamma V}(\vec{0})f_{V\gamma}(\vec{0})$ durch (8.2) und verstärkt dadurch den Abschattungseffekt. Insgesamt überwiegt der letzte Effekt und man erhält eine stärkere Abschattung.

In Abbildung 8.9 ist die in Referenz [67] berechnete Impulsabhängigkeit der effektiven ρ -Masse dargestellt. Für die Rechnung wurden die ρN -Vorwärtsstreuamplitude aus Abbildung 8.4 und eine konstante Kerndichte $n(\vec{r}) = 0.16 \text{ fm}^{-3}$ verwendet. Für Energien oberhalb von ungefähr 2 GeV stimmt die Impulsabhängigkeit mit der aus [66] überein. Für ρ -Impulse $\gtrsim 100 \text{ MeV}$ ergibt sich eine positive Massenverschiebung. Die in diesem Kapitel durchgeführten Rechnungen zum Abschattungseffekt bei Photonenergien $k \gtrsim 1 \text{ GeV}$

beinhalten ρ -Mesonen mit Impulsen

$$k_\rho \gtrsim \sqrt{k^2 - m_\rho^2} \approx 640 \text{ MeV}$$

und bestätigen dieses Ergebnis.

Kapitel 9

Nukleare Photoabsorption: II. Rechnung ohne Eikonalnäherung

Bis jetzt wurden bei der Beschreibung des Abschattungseffekts bei niedrigen Photonenergien einige Näherungen im Glauber-Modell beibehalten, die nur für hohe Energien gerechtfertigt sind:

- Eikonalnäherung: Die Annahme, daß alle elementaren, d.h. nukleonischen, Streu- und Produktionsprozesse in Vorwärtsrichtung dominieren, ist nur bei hohen Impulsen gerechtfertigt. Für niedrige Photonenergien muß daher die Näherung, daß die Mehrfachstreuung bei festem Stoßparameter abläuft, fallen gelassen werden.
- Fermi-Bewegung: Im Glauber-Modell (8.1) wird die Fermi-Bewegung der Nukleonen nicht berücksichtigt. Bei hohen Photonenergien (> 3 GeV) beträgt der Fermi-Impuls der Nukleonen mit ≈ 250 MeV weniger als 10% der Impulse der hadronischen Zwischenzustände. Die Impulse der Nukleonen können daher für diese Energien vernachlässigt werden. Die ρ^0 -Photoproduktionsschwelle liegt bei einer Photonenergie von ungefähr 1.09 GeV. In diesem Energiebereich bestimmt also der Impuls des einlaufenden Nukleons, ob es energetisch überhaupt möglich ist, ein ρ^0 zu erzeugen oder nicht. Es wäre daher interessant zu sehen, wie stark sich eine zusätzliche Integration über die Nukleonenimpulse in (8.1) auf das Ergebnis bei kleinen Photonenergien auswirkt.
- Das einfache Vektormesonen-Dominanz-Modell, das in den bisherigen Rechnungen verwendet wurde, berücksichtigt nicht die endliche Breite des ρ^0 . Da der Abschattungseffekt aber gerade bei kleinen Photonenergien sehr sensitiv auf die Eigenschaften des ρ^0 ist, sollte eine realistische Vakuumspektralfunktion für das ρ^0 verwendet werden [62]. Anstatt also in (8.1) über das ρ^0 zu summieren, sollte man über seine Vakuumspektralfunktion integrieren, wie es schon im erweiterten Vektormesonen-Dominanzmodell in Kapitel 3 für das $q\bar{q}$ -Kontinuum getan wurde. Die leichteren 2π -Komponenten des ρ^0 würden dann auf Grund ihrer größeren Kohärenzlänge eine

Verstärkung des Abschattungseffekts bei niedrigen Energien bewirken. Die Beiträge der schwereren 2π -Komponenten zum Abschattungseffekt würden hingegen durch den Formfaktor stärker unterdrückt. Welcher Effekt überwiegt, hängt daher unter anderem von der Form der Spektralfunktion und der Massenabhängigkeit des nukleonischen 2π -Wirkungsquerschnitts ab.

- Das einfache Vektormeson-Dominanzmodell liefert eine Beziehung zwischen den VN -Streuamplituden und Vektormeson-Photoproduktionsamplituden. Für hohe Energien hat es sich vielfach bewährt. Ob es allerdings auch im Photonenergiebereich von 1-3 GeV angewendet werden kann, ist unklar. In Kapitel 5 wurde gezeigt, daß man den Abschattungseffekt im Glauber-Modell auch ohne die Verwendung des Vektormeson-Dominanzmodells beschreiben kann. Allerdings benötigt man dazu ein mikroskopisches Modell für die VN -Streuamplituden und die nukleonischen Vektormeson-Photoproduktionsamplituden.

In diesem Kapitel soll nun untersucht werden, wie sich das Unterlassen der Eikonalnäherung auf den berechneten nuklearen Photoabsorptionsquerschnitt auswirkt. Werden die hadronischen Zwischenzustände in der Mehrfachstreureihe nicht mehr in Vorwärtsrichtung produziert, so ist es prinzipiell möglich, leichtere Hadronen kohärent zu erzeugen, die nicht die Quantenzahlen des Photons tragen, z.B. das neutrale Pion. Da das π^0 mit einer Masse von 135 MeV wesentlich leichter als das ρ^0 ist, unterscheidet sich bei einer Energie von ca. 1 GeV sein Impulsbetrag kaum von dem eines Photons gleicher Energie. Allerdings wird die kohärente π^0 -Produktion wegen des benötigten Transversalimpulsübertrags durch den Formfaktor des Kerns unterdrückt, da es im Gegensatz zu den Vektormesonen nicht kohärent in Vorwärtsrichtung erzeugt werden kann. Bei hohen Photonenergien spielt daher das Pion für den Abschattungseffekt keine Rolle. Bei Energien um 1 GeV verstärkt es allerdings den Abschattungseffekt erheblich. In diesem Kapitel werden außerdem realistische Vakuumspektralfunktionen für die Vektormesonen verwendet, was nicht nur einer Verbesserung des Modells entspricht, sondern auch eine wesentliche Vereinfachung der numerischen Rechnungen zur Folge hat.

9.1 Einfluß der Eikonalnäherung

Zunächst soll untersucht werden, welchen Einfluß die Eikonalnäherung auf den berechneten nuklearen Photoabsorptionsquerschnitt hat. Betrachtet man die Glauber-Gribov-Streureihe bis zur zweiten Ordnung für ein reelles Photon mit Impuls $k \cdot \vec{e}_z$ und Energie $\nu = k$, so ergibt sich nach Kapitel 6:

$$\sigma_{\gamma A} = \sigma_{\gamma A}^{(1)} + \Delta\sigma_{\gamma A}^{(2)}$$

mit

$$\begin{aligned} \sigma_{\gamma A}^{(1)} &= A\sigma_{\gamma N} \\ \Delta\sigma_{\gamma A}^{(2)} &= \frac{1}{2m_N k} \text{Im}\mathcal{A}^{(2)}. \end{aligned}$$

Höhere Streuterme werden zunächst vernachlässigt, da sie analytisch schwer zu behandeln sind. In diesem Abschnitt soll lediglich der Einfluß der Eikonalnäherung auf den dominanten Beitrag untersucht werden, der durch die Zweifachstreuung verursacht wird. In der numerischen Rechnung im nächsten Abschnitt wird sich zeigen, daß für kleine Energien die Streureihe schnell konvergiert. Für eine qualitative Aussage bei hohen Photonenergien müssen natürlich auch die höheren Streuterme berücksichtigt werden. Es wird zunächst nur der durch das ρ^0 verursachte dominante Beitrag zur Zweifachstreuung im Glauber-Gribov-Formalismus betrachtet:

$$\Delta\sigma_{\gamma A}^{(2)} \approx \frac{1}{2m_N k} \text{Im} \mathcal{A}_\rho^{(2)}. \quad (9.1)$$

Nach Gleichung (6.16) und (6.17) ist $\mathcal{A}_\rho^{(2)}$ gegeben durch

$$\begin{aligned} i\mathcal{A}_\rho^{(2)} &= \frac{A(A-1)}{A^2} \int \frac{d^3 q}{2m_N (2\pi)^3} iV_\rho^{(2)} \left[\int d^3 x_1 e^{i\vec{q} \cdot \vec{x}_1} n(\vec{x}_1) \right] \left[\int d^3 x_2 e^{-i\vec{q} \cdot \vec{x}_2} n(\vec{x}_2) \right] \\ iV_\rho^{(2)} &= i\mathcal{M}_{\gamma\rho} \frac{i}{\nu^2 - (\vec{k} - \vec{q})^2 - m_\rho^2 + i\epsilon} i\mathcal{M}_{\rho\gamma}. \end{aligned}$$

Für die Abschätzung in diesem Abschnitt wird angenommen, daß die Amplituden $\mathcal{M}_{\gamma\rho}$ und $\mathcal{M}_{\rho\gamma}$ unabhängig vom Impulsübertrag \vec{q} sind. Diese Näherung wird gemacht, um die Streuterme analytisch auswerten zu können und ein Gefühl für den Einfluß der Eikonalnäherung zu entwickeln. Die exakte numerische Behandlung wird auf den nächsten Abschnitt verschoben. Das einfache Vektormesonen-Dominanz-Modell liefert folgenden Zusammenhang zwischen den ρ^0 -Photoproduktionsamplituden und den elastischen Streuamplituden:

$$\mathcal{M}_{\gamma\rho} \mathcal{M}_{\rho\gamma} \approx \frac{e^2}{g_\rho^2} \mathcal{M}_\rho^2 \quad (9.2)$$

$$\mathcal{M}_\rho \approx i2m_N k_\rho \sigma_{\rho N} (1 - i\alpha_\rho) \quad (9.3)$$

mit $\sigma_{\rho N}$ und α_ρ aus (8.4) bzw. (8.6) und $k_\rho = \sqrt{\nu^2 - m_\rho^2}$.

Zunächst wird $\Delta\sigma_{\gamma A}^{(2)}$ in der Eikonalnäherung berechnet. Analog zu (6.18) erhält man

$$\begin{aligned} i\mathcal{A}_\rho^{(2)} &= \frac{A(A-1)}{A^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dq_z}{2m_N 2\pi} iV_\rho^{(2)} \int_{-\infty}^{+\infty} dz_1 e^{iq_z z_1} \int_{-\infty}^{+\infty} dz_2 e^{-iq_z z_2} \int d^2 b n(\vec{b}, z_1) n(\vec{b}, z_2) \\ iV_\rho^{(2)} &= i\mathcal{M}_{\gamma\rho} \frac{i}{\nu^2 - (k - q_z)^2 - m_\rho^2 + i\epsilon} i\mathcal{M}_{\rho\gamma}. \end{aligned}$$

Für die Nukleonendichte $n(\vec{r})$ wird eine Gauß-Verteilung (7.4)

$$n(\vec{r}) = \frac{1}{\pi^{3/2} a^3} \exp \left[-\frac{\vec{r}^2}{a_g^2 A^{2/3}} \right]$$

angesetzt, damit sich das Folgende analytisch rechnen läßt. Damit erhält man

$$\int d^2 b n(\vec{b}, z_1) n(\vec{b}, z_2) = \frac{A^{2/3}}{2\pi^2 a^4} \exp \left[-\frac{z_1^2 + z_2^2}{a^2 A^{2/3}} \right].$$

Mit

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{+\infty} dz_1 e^{iq_z z_1} \exp \left[-\frac{z_1^2}{a^2 A^{2/3}} \right] &= \sqrt{\pi} a A^{1/3} \exp \left[-\frac{1}{4} a^2 A^{2/3} q_z^2 \right] \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} dz_2 e^{-iq_z z_2} \exp \left[-\frac{z_2^2}{a^2 A^{2/3}} \right] \end{aligned}$$

folgt:

$$\begin{aligned} i\mathcal{A}_\rho^{(2)} &= \frac{A(A-1)}{A^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dq_z}{2m_N 2\pi} iV_\rho^{(2)} \frac{A^{4/3}}{2\pi a^2} \exp \left[-\frac{1}{2} a^2 A^{2/3} q_z^2 \right] \\ &= \frac{(A-1)}{2\sqrt{2}\pi^{3/2} a^3} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dq_z}{2m_N 2\pi} iV_\rho^{(2)} \int_{-\infty}^{+\infty} dz e^{iq_z z} \exp \left[-\frac{z^2}{2a^2 A^{2/3}} \right]. \end{aligned}$$

Die z -Integration wird aufgespalten:

$$\begin{aligned} i\mathcal{A}_\rho^{(2)} &= -\frac{(A-1)}{8\pi m_N \sqrt{2}\pi^{3/2} a^3} \frac{e^2}{g_\rho^2} \mathcal{M}_\rho^2 \\ &\times \left\{ \int_{-\infty}^0 dz \exp \left[-\frac{z^2}{2a^2 A^{2/3}} \right] \int_{-\infty}^{+\infty} dq_z \frac{ie^{iq_z z}}{2kq_z - q_z^2 - m_\rho^2 + i\epsilon} \right. \\ &\quad \left. + \int_0^{+\infty} dz \exp \left[-\frac{z^2}{2a^2 A^{2/3}} \right] \int_{-\infty}^{+\infty} dq_z \frac{ie^{iq_z z}}{2kq_z - q_z^2 - m_\rho^2 + i\epsilon} \right\}. \end{aligned}$$

Die Nullstellen des Nenners liegen bei

$$q_1 = k + \left(\sqrt{k^2 - m_\rho^2} + i\epsilon \right) \quad (9.4)$$

$$q_2 = k - \left(\sqrt{k^2 - m_\rho^2} + i\epsilon \right). \quad (9.5)$$

Die Nullstellen q_1 und q_2 entsprechen dem auf das Nukleon übertragenen Impuls für die ρ^0 -Photoproduktion in Rückwärts- bzw. Vorwärtsrichtung. Im ersten Term ($z < 0$) in (9.1) wird bei der q_z -Integration die Kontur in der unteren komplexen Halbebene geschlossen:

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{+\infty} dq_z \frac{ie^{iq_z z}}{-(q_z - q_2)(q_z - q_1)} &\stackrel{(z \leq 0)}{=} -2\pi i \lim_{q_z \rightarrow q_2} (q_z - q_2) \frac{ie^{iq_z z}}{-(q_z - q_2)(q_z - q_1)} \\ &= 2\pi i \frac{ie^{iq_2 z}}{q_2 - q_1} \\ &= \pi \frac{e^{iq_2 z}}{\sqrt{k^2 - m_\rho^2}} \end{aligned}$$

und im zweiten Term ($z > 0$) in der oberen Halbebene:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} dq_z \frac{ie^{iq_z z}}{-(q_z - q_2)(q_z - q_1)} \stackrel{(z > 0)}{=} \pi \frac{e^{iq_1 z}}{\sqrt{k^2 - m_\rho^2}}.$$

Daraus ergibt sich:

$$i\mathcal{A}_\rho^{(2)} = -\frac{(A-1)}{8m_N\sqrt{2}\pi^{3/2}a^3}\frac{e^2}{g_\rho^2}\frac{\mathcal{M}_\rho^2}{k^2-m_\rho^2} \\ \times \left\{ \int_{-\infty}^0 dz e^{iq_2 z} \exp\left[-\frac{z^2}{2a^2 A^{2/3}}\right] + \int_0^{+\infty} dz e^{iq_1 z} \exp\left[-\frac{z^2}{2a^2 A^{2/3}}\right] \right\}$$

Verwendet man

$$\int_{-\infty}^0 dz e^{iq_2 z} \exp\left[-\frac{z^2}{2a^2 A^{2/3}}\right] = \sqrt{\frac{\pi}{2}} a A^{1/3} \exp\left[-\frac{1}{2}a^2 A^{2/3} q_2^2\right] \left(1 - i\operatorname{Erfi}\left[\frac{a A^{1/3}}{\sqrt{2}} q_2\right]\right), \\ \int_0^{+\infty} dz e^{iq_1 z} \exp\left[-\frac{z^2}{2a^2 A^{2/3}}\right] = \sqrt{\frac{\pi}{2}} a A^{1/3} \exp\left[-\frac{1}{2}a^2 A^{2/3} q_1^2\right] \left(1 + i\operatorname{Erfi}\left[\frac{a A^{1/3}}{\sqrt{2}} q_1\right]\right)$$

mit

$$\operatorname{Erfi}[z] = \frac{2}{i\sqrt{\pi}} \int_0^{iz} e^{-t^2} dt$$

so läßt sich der Beitrag des ρ^0 -Mesons zum nuklearen Photoabsorptionsquerschnitt in Eikonalnäherung mittels (9.1) schreiben als

$$\Delta\sigma_{\gamma A}^{(2)} \approx -\frac{A^{1/3}(A-1)}{8\pi a^2} \frac{k_\rho}{k} \frac{e^2}{g_\rho^2} \sigma_{\rho N}^2 \\ \times \left\{ \exp\left[-\frac{1}{2}a^2 A^{2/3} q_2^2\right] \left(1 - \alpha_\rho^2 - 2\alpha \operatorname{Erfi}\left[\frac{a A^{1/3}}{\sqrt{2}} q_2\right]\right) \right. \\ \left. + \exp\left[-\frac{1}{2}a^2 A^{2/3} q_1^2\right] \left(1 - \alpha_\rho^2 + 2\alpha \operatorname{Erfi}\left[\frac{a A^{1/3}}{\sqrt{2}} q_1\right]\right) \right\}. \quad (9.6)$$

Der zweite Term entspricht der Rückstreuung des ρ^0 um 180° (vgl. (9.4)) und trägt bei Photonenergien oberhalb von 3 GeV weniger als 1% zu $\Delta\sigma_{\gamma A}^{(2)}$ bei. Dies erklärt warum bei der Herleitung von Gleichung (6.19) in Abschnitt 6.2 nur Terme mit $z_1 < z_2 < \dots < z_n$ berücksichtigt wurden, d.h. die Rückstreuung vernachlässigt wurde.

Es soll nun $\Delta\sigma_{\gamma A}^{(2)}$ ohne Eikonalnäherung berechnet werden. Mit Gleichung (6.13) folgt

$$i\mathcal{A}_\rho^{(2)} = A(A-1) \int \frac{d^3q}{2m_N(2\pi)^3} i\mathcal{M}_{\gamma\rho} F(\vec{q}) \frac{i}{\nu^2 - (\vec{k} - \vec{q})^2 - m_\rho^2 + i\epsilon} i\mathcal{M}_{\rho\gamma} F(-\vec{q}). \quad (9.7)$$

Nimmt man wieder an, daß die Amplituden nicht vom Impulsübertrag abhängen, verwendet also (9.2) und (9.3), und benutzt eine gaußförmige Nukleonverteilung:

$$F(\vec{q})F(-\vec{q}) = \exp\left[-\frac{1}{2}a^2 A^{2/3} \vec{q}^2\right] \\ = \exp\left[-\frac{1}{2}a^2 A^{2/3} \vec{q}_\perp^2\right] \exp\left[-\frac{1}{2}a^2 A^{2/3} q_z^2\right] \\ = \mathcal{F}(\vec{q}_\perp^2) \mathcal{F}(q_z^2)$$

dann läßt sich (9.7) schreiben als

$$i\mathcal{A}_\rho^{(2)} = \frac{A(A-1)}{2m_N(2\pi)^3} \frac{e^2}{g_\rho^2} \mathcal{M}_\rho^2 \int d^2q_\perp \mathcal{F}(\vec{q}_\perp^2) \int_{-\infty}^{+\infty} dz \tilde{\mathcal{F}}(z) \int_{-\infty}^{+\infty} dq_z \frac{ie^{iq_z z}}{q_z^2 - 2kq_z + m_{\text{eff}}^2(\vec{q}_\perp^2) - i\epsilon}$$

mit

$$m_{\text{eff}}^2(\vec{q}_\perp^2) = m_\rho^2 + \vec{q}_\perp^2.$$

und

$$\tilde{\mathcal{F}}(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}aA^{1/3}} \exp\left[-\frac{z^2}{2a^2A^{2/3}}\right].$$

Die Nullstellen des Nenners liegen bei

$$\begin{aligned} q_1(\vec{q}_\perp^2) &= k + \left(\sqrt{k^2 - m_{\text{eff}}^2(\vec{q}_\perp^2) + i\epsilon}\right) \\ q_2(\vec{q}_\perp^2) &= k - \left(\sqrt{k^2 - m_{\text{eff}}^2(\vec{q}_\perp^2) + i\epsilon}\right). \end{aligned}$$

Die z -Integration wird wiederum aufgespalten. Für $z > 0$ wird die Kontur der q_z -Integration in der oberen komplexen Halbebene geschlossen, in der an der Stelle $q_1(\vec{q}_\perp^2)$ ein Pol liegt, für $z < 0$ muß man die Kontur unten schließen und erhält einen Beitrag vom Pol an der Stelle $q_2(\vec{q}_\perp^2)$. Der Residuensatz liefert daher

$$\begin{aligned} i\mathcal{A}_\rho^{(2)} &= \frac{A(A-1)}{2m_N(2\pi)^2} \frac{e^2}{g_\rho^2} \mathcal{M}_\rho^2 \int d^2q_\perp \frac{\mathcal{F}(\vec{q}_\perp^2)}{q_2(\vec{q}_\perp^2) - q_1(\vec{q}_\perp^2)} I(\vec{q}_\perp^2) \\ &= -\frac{A(A-1)}{4m_N(2\pi)} \frac{e^2}{g_\rho^2} \mathcal{M}_\rho^2 \int_0^\infty dq_\perp \frac{q_\perp \exp\left[-\frac{1}{2}a^2A^{2/3}q_\perp^2\right]}{\sqrt{k^2 - m_\rho^2 - q_\perp^2}} I(q_\perp^2) \end{aligned}$$

mit

$$\begin{aligned} I(q_\perp^2) &= \int_0^{+\infty} \tilde{\mathcal{F}}(z) e^{iq_1(q_\perp^2)z} + \int_{-\infty}^0 \tilde{\mathcal{F}}(z) e^{iq_2(q_\perp^2)z} \\ &= \frac{1}{2\sqrt{\pi}aA^{1/3}} \int_0^{+\infty} dz \exp\left[-\frac{z^2}{2a^2A^{2/3}}\right] \left(e^{iq_1(q_\perp^2)z} + e^{-iq_2(q_\perp^2)z}\right) \\ &= \frac{1}{2} \left\{ \exp\left[-\frac{1}{2}a^2A^{2/3}q_2^2(q_\perp^2)\right] \left(1 - i\text{Erfi}\left[\frac{aA^{1/3}}{\sqrt{2}}q_2(q_\perp^2)\right]\right) \right. \\ &\quad \left. + \exp\left[-\frac{1}{2}a^2A^{2/3}q_1^2(q_\perp^2)\right] \left(1 + i\text{Erfi}\left[\frac{aA^{1/3}}{\sqrt{2}}q_1(q_\perp^2)\right]\right) \right\}. \end{aligned}$$

Im Prinzip ist auch hier wieder der erste Term wegen des hohen Impulsübertrags $q_1(q_\perp^2)$ vernachlässigbar. Mittels (9.1) läßt sich damit $\Delta\sigma_{\gamma A}^{(2)}$ näherungsweise schreiben als

$$\Delta\sigma_{\gamma A}^{(2)} \approx -\frac{A(A-1)}{4\pi} \frac{k_\rho^2}{k} \frac{e^2}{g_\rho^2} \sigma_{\rho N}^2 \int_0^\infty dq_\perp \frac{q_\perp \exp\left[-\frac{1}{2}a^2A^{2/3}q_\perp^2\right]}{\sqrt{k^2 - m_\rho^2 - q_\perp^2}} \text{Re}\left[(1 - \alpha_\rho^2 + 2i\alpha_\rho) I(q_\perp^2)\right]. \quad (9.8)$$

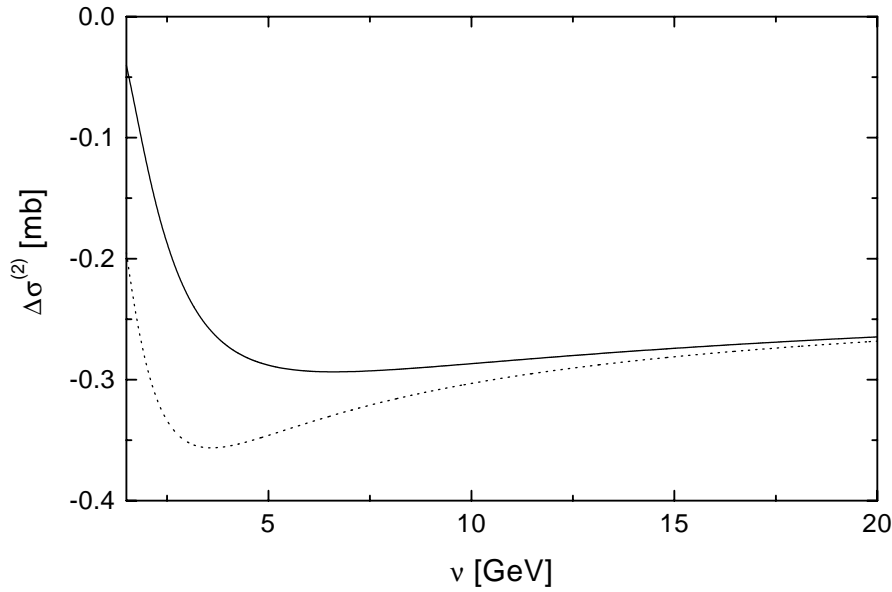


Abbildung 9.1: Beitrag der ρ -Zweifachstreuung zum Abschattungseffekt für ^{12}C : $\sigma_{\gamma A} \approx A\sigma_{\gamma N} + \Delta\sigma_{\gamma A}^{(2)}$. Die gestrichelte Linie entspricht der Rechnung mit Eikonalnäherung (9.6), die durchgezogene entspricht dem Ergebnis (9.8). Man sieht, daß die Eikonalnäherung für hohe Energien das gleiche Ergebnis liefert wie die Rechnung ohne Eikonalnäherung. Für kleine Photonenergien ν wird der Abschattungseffekt allerdings überschätzt.

In Abbildung 9.1 sind die mit (9.6) und (9.8) berechneten Abschattungsterme für ^{12}C ($r_{\text{rms}} = 2.40 \text{ fm}$ [45]) dargestellt. Man sieht, daß die Eikonalnäherung für hohe Energien dasselbe Ergebnis liefert, für kleine Energien führt sie aber zu einer Überschätzung des Abschattungseffekts.

9.2 Vakuumspektralfunktion der Vektormesonen

Das Unterlassen der Eikonalnäherung ist nicht der einzige Effekt, der den Abschattungseffekt bei niedrigen Energien verringert. Berücksichtigt man die endlichen Breiten der Vektormesonen, so führt dies zu einer weiteren Verringerung des Abschattungseffekts. Dies ist anhand von Gleichung (5.30) leicht zu erkennen. Setzt man konstante Breiten ν für die Vektormesonen an, so muß in Gleichung (5.30) die folgende Ersetzung gemacht werden:

$$q_V \rightarrow q_V - i \frac{m_V, V}{2\nu},$$

was zu einer exponentiellen Dämpfung des Abschattungsterms führt, welche allerdings für hohe Photonenergien $\nu \rightarrow \infty$ verschwindet. Man beachte, daß bei der Verwendung des einfachen Vektormesonen-Dominanz-Modells zur Beschreibung der Photoproduktionsamplituden diese Ersetzung nicht die Energieschwelle für ρ^0 -Produktion nach unten

verschiebt, da das einfache VMD-Modell die Breite des ρ^0 nicht berücksichtigt. Die Ersetzung beinhaltet vielmehr die Möglichkeit, daß das ρ^0 auf seinem Weg durch den Kern zerfallen kann. Die Schwellenergie für ρ^0 -Photoproduktion liegt also in diesem Bild immer noch bei ca. 1.09 GeV.

In der Glauber-Gribov-Streureihe (6.14) ermöglicht das Einführen einer endlichen Vektormesonbreite in den Propagatoren die numerische Berechnung von Mehrfachstreutermen höherer Ordnung ohne die Anwendung der Eikonalnäherung (vgl. (2.7) und (2.8)):

$$\tilde{D}_V = \frac{i}{q^2 - m_V^2 + i\epsilon} \rightarrow \frac{i}{q^2 - \overset{o}{m}_V^2 - \Pi_V(q^2)}.$$

$\Pi_V(q^2)$ bezeichnet dabei die Selbstenergie des Vektormesons V mit Viererimpuls q . Für das ω und das ϕ werden im folgenden konstante Selbstenergien verwendet:

$$\begin{aligned} \overset{o}{m}_{\omega,\phi} + \text{Re}\Pi_{\omega,\phi}(q^2) &= m_{\omega,\phi} \\ \text{Im}\Pi_{\omega,\phi}(q^2) &= -m_{\omega,\phi}, \quad \omega, \phi \end{aligned}$$

mit den physikalischen Massen m_ω und m_ϕ aus Tabelle 3.1 und den Breiten aus [27]:

$$, \quad \omega = 8.4 \text{ MeV}, \quad , \quad \phi = 4.4 \text{ MeV}.$$

Für das ρ wird die impulsabhängige Selbstenergie $\Pi_\rho(q^2)$ aus [11] benutzt:

$$\begin{aligned} \text{Im}\Pi_\rho(q^2) &= -\frac{g^2}{48\pi\sqrt{q^2}} (q^2 - 4m_\pi^2)^{3/2} \theta(q^2 - 4m_\pi^2) \\ \text{Re}\Pi_\rho(q^2) &= c_1 q^2 - \frac{g^2}{24\pi^2} \left[q^2 \left(\mathcal{G}(q^2) + \frac{4}{3} \right) - 4m_\pi^2 \right]. \end{aligned}$$

Die Konstanten sind dabei gegeben durch

$$c_1 = -0.118 \quad g = 6.05,$$

und die "nackte" ρ -Masse ist

$$\overset{o}{m}_\rho = 0.83 \text{ GeV}.$$

Die Funktion \mathcal{G} hat die folgende Form:

$$\mathcal{G}(q^2) = \begin{cases} \left(\frac{4m_\pi^2}{q^2} - 1 \right)^{3/2} \arcsin \frac{\sqrt{q^2}}{2m_\pi} & \text{für } 0 < q^2 < 4m_\pi^2 \\ -\frac{1}{2} \left(1 - \frac{4m_\pi^2}{q^2} \right)^{3/2} \ln \left| \frac{1 + \sqrt{1 - \frac{4m_\pi^2}{q^2}}}{1 - \sqrt{1 - \frac{4m_\pi^2}{q^2}}} \right| & \text{für } 4m_\pi^2 < q^2 \text{ oder } q^2 < 0. \end{cases}$$

Durch die Ersetzung der Propagatoren können nun die ersten Terme der Streureihe

$$\sigma_{\gamma A} = A\sigma_{\gamma N} + \Delta\sigma_{\gamma A}^{(2)} + \Delta\sigma_{\gamma A}^{(3)} + \dots$$

numerisch berechnet werden. Bei den hier betrachteten Photonenergien ($\nu < 3$ GeV) konvergiert die Streureihe sehr schnell und es reicht, Terme bis einschließlich Dreifachstreuung zu betrachten. Die Korrektur durch Zweifachstreuung ist nach (6.13) gegeben durch

$$\Delta\sigma_{\gamma A}^{(2)} = -\frac{A(A-1)}{2m_N k} \text{Re} \sum_V \int \frac{d^3 q}{2m_N (2\pi)^3} F(\vec{q}) i\mathcal{M}_{\gamma V}(s, t) \tilde{D}_V(p^2) i\mathcal{M}_{V\gamma}(s, t) F(-\vec{q}) \quad (9.9)$$

mit (vgl. (6.10) und (6.11))

$$\begin{aligned} s &\approx \left(\nu + E_N, \vec{k} - \frac{1}{2}\vec{q} \right)^2 & E_N &= \sqrt{m_N^2 + \left(\frac{1}{2}\vec{q} \right)^2} \\ t &= -\vec{q}^2 \\ p &= (\nu, k - \vec{q}). \end{aligned}$$

Aus Symmetriegründen reduziert sich die Integration über den Impulsübertrag auf zwei Integrationen über q_z und q_\perp , die numerisch leicht auszuführen sind. Der Korrekturterm durch Dreifachstreuung ist gegeben durch

$$\begin{aligned} \Delta\sigma_{\gamma A}^{(3)} &= -\frac{A(A-1)(A-2)}{2m_N k} \text{Re} \sum_V \int \frac{d^3 q_1}{2m_N (2\pi)^3} \int \frac{d^3 q_2}{2m_N (2\pi)^3} \\ &\quad F(\vec{q}_1) i\mathcal{M}_{\gamma V}(s_1, t_1) \tilde{D}(p_1) F(\vec{q}_2) i\mathcal{M}_V(s_2, t_2) \tilde{D}(p_2) i\mathcal{M}_{V\gamma}(s_3, t_3) F(-(\vec{q}_1 + \vec{q}_2)) \end{aligned}$$

mit

$$\begin{aligned} s_1 &\approx \left(\nu + E_N, \vec{k} - \frac{1}{2}\vec{q}_1 \right)^2 & E_N &= \sqrt{m_N^2 + \frac{1}{4}\vec{q}_1^2} \\ s_2 &\approx \left(\nu + E_N, \left(\vec{k} - \vec{q}_1 \right) - \frac{1}{2}\vec{q}_2 \right)^2 & E_N &= \sqrt{m_N^2 + \frac{1}{4}\vec{q}_2^2} \\ s_3 &\approx \left(\nu + E_N, \vec{k} - \frac{1}{2}(\vec{q}_1 + \vec{q}_2) \right)^2 & E_N &= \sqrt{m_N^2 + \frac{1}{4}(\vec{q}_1 + \vec{q}_2)^2} \\ t_1 &= -\vec{q}_1^2 & t_2 &= -\vec{q}_2^2 & t_3 &= -(\vec{q}_1 + \vec{q}_2)^2 \\ p_1 &= \left(\nu, \vec{k} - \vec{q}_1 \right) & p_2 &= \left(\nu, \vec{k} - \vec{q}_1 - \vec{q}_2 \right) \end{aligned}$$

Nach Symmetrieüberlegungen verbleiben hier fünf auszuführende Integrationen. Für den Formfaktor $F(\vec{q})$ des Kerns wird die Fouriertransformierte der Woods-Saxon-Verteilung aus Gleichung (8.9) mit den Parametern aus Tabelle 8.1 verwendet. Für die elastischen VN-Streuamplituden wird der Ansatz

$$\mathcal{M}_V(s, t) = 8\pi m_N f_V(\vec{0}, k_V) e^{\frac{1}{2}Bt}$$

gemacht. Für $t = 0$ reduziert sich dieser Ausdruck exakt auf die Vorwärtsstreuamplitude. Für das ρ^0 und das ω wird die impulsabhängige Vorwärtsstreuamplitude aus (8.11) und (8.12) benutzt und für das ϕ

$$f_\phi(\vec{0}, k_\phi) = i \frac{k_\phi}{4\pi} \sigma_\phi$$

mit σ_ϕ aus (8.5). Der Parameter B ergibt sich unter Verwendung des Vektormeson-Dominanz-Modells im betrachteten Energiebereich aus Daten zur ρ -Photoproduktion [68]:

$$B \approx 6 \text{ GeV}^{-2}.$$

Die Photoproduktionsamplituden lassen sich im Vektormeson-Dominanz-Modell (2.5) durch die elastischen VN -Streuamplituden ausdrücken:

$$\mathcal{M}_{\gamma V}(s, t) = \mathcal{M}_{V\gamma}(s, t) = \frac{e}{g_V} \mathcal{M}_V(s, t).$$

In Abbildung 9.2 ist der so berechnete Abschattungseffekt dargestellt. Die gestrichelte Linie entspricht dem Ergebnis, das man erhält, wenn man in der Streureihe nur Einfach- und Zweifachstreuung berücksichtigt:

$$A_{\text{eff}}^{(2)} = \frac{\sigma_{\gamma A}^{(2)}}{A\sigma_{\gamma N}} = 1 + \frac{\Delta\sigma_{\gamma A}^{(2)}}{A\sigma_{\gamma N}}, \quad (9.10)$$

die durchgezogene Linie beinhaltet Terme bis einschließlich der Dreifachstreuung:

$$A_{\text{eff}}^{(3)} = \frac{\sigma_{\gamma A}^{(3)}}{A\sigma_{\gamma N}} = 1 + \frac{\Delta\sigma_{\gamma A}^{(2)} + \Delta\sigma_{\gamma A}^{(3)}}{A\sigma_{\gamma N}} \quad (9.11)$$

mit $\sigma_{\gamma N}$ aus (8.15). Man sieht, daß für sehr kleine Energien die Zweifachstreuung eine gute Näherung darstellt. Erst bei höheren Energien werden weitere Korrekturterme nötig, wobei schon die Dreifachstreuung für die schweren Kerne im betrachteten Energiebereich durch den Formfaktor stark unterdrückt ist. Insbesondere bei ^{208}Pb spielt die Dreifachstreuung für $\nu < 3 \text{ GeV}$ eine untergeordnete Rolle. Beim leichten ^{12}C -Kern ist der Beitrag von $\Delta\sigma_{\gamma A}^{(3)}$ im Vergleich zu ^{27}Al etwas kleiner, was auf den Faktor $(A - 2)/A$ zurückzuführen ist. Insgesamt erhält man eine gute Beschreibung der Daten für nicht allzu kleine Photonenergien ν . Das Unterlassen der Eikonalnäherung und die endlichen Breiten der Vektormesonen, insbesondere der des ρ^0 -Mesons, führt zu einer Reduzierung des Abschattungseffekts im Vergleich zu dem in Abbildung 8.6 dargestellten Ergebnis. Die Berücksichtigung von Korrelationen zwischen den Nukleonen analog zu Abschnitt 8.2 würde den berechneten Abschattungseffekt zusätzlich unterdrücken, so daß die Daten nicht mehr korrekt beschrieben werden.

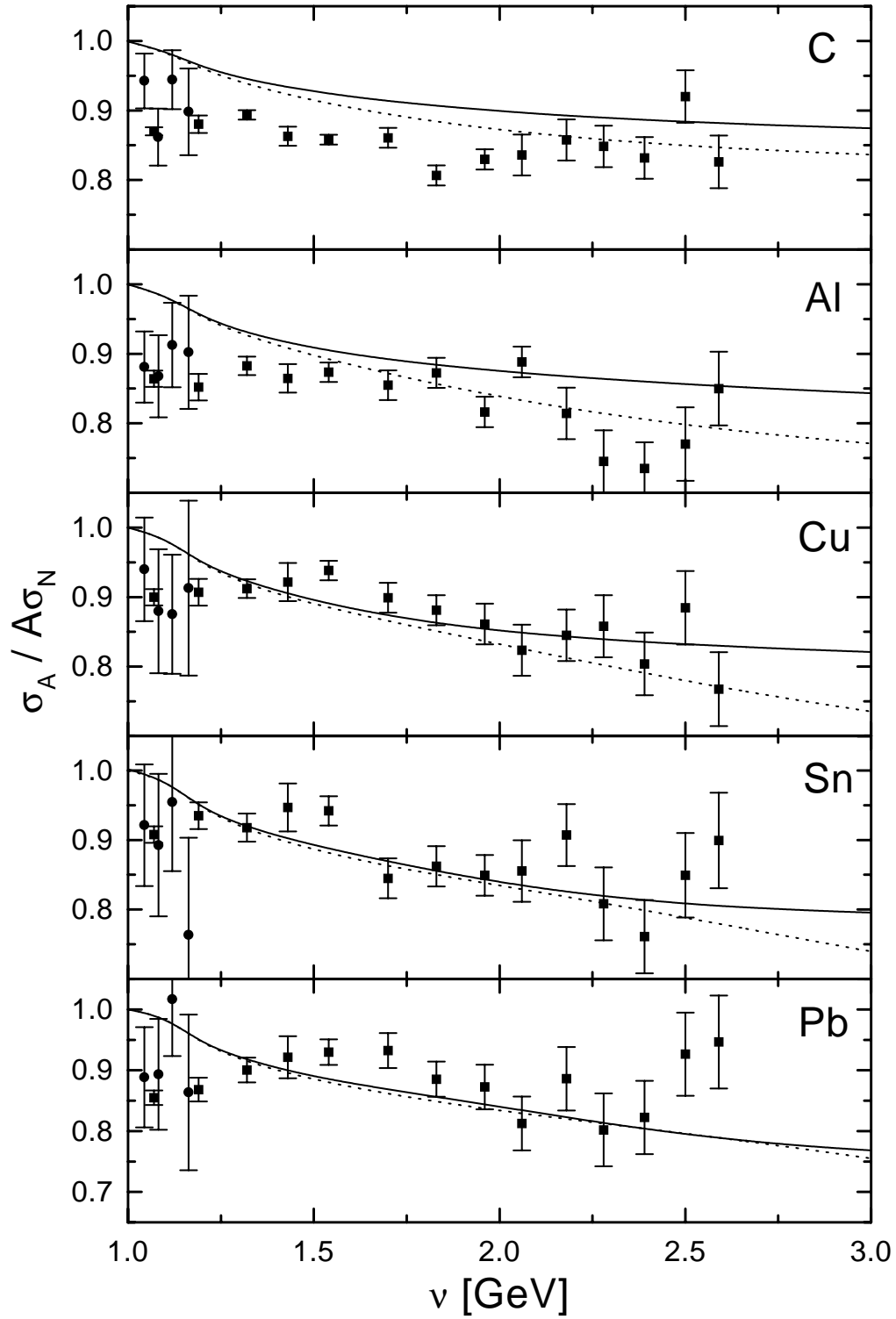


Abbildung 9.2: Mit Gleichung (9.10) (gestrichelte Linie) und (9.11) (durchgezogene Linie) berechnetes Verhältnis von nuklearem und nukleonischem Photoabsorptionsquerschnitt aufgetragen gegen die Photonenergie. Näheres dazu im Text. Die Daten stammen aus: • [60], ■ [61].

9.3 Beitrag des Pions zum Abschattungseffekt

Weicht man von der Eikonalnäherung ab, so ist es möglich, neutrale Pionen kohärent am Kern zu erzeugen. Dabei darf sich die Helizität des Nukleons, an dem das π^0 erzeugt wird, nicht ändern. Zerlegt man die π^0 -Photoproduktionsamplituden am freien Nukleon in die sogenannten Helizitätsamplituden H_i [69], so läßt sich aus diesen die invariante Photoproduktionsamplitude ohne Helizitätsänderung des Nukleons konstruieren:

$$\mathcal{M}_{\gamma\pi^0}^{\text{koh}}(s, t) = \sqrt{2s}8\pi(H_1(s, t) + H_4(s, t)).$$

Die Helizitätsamplituden wurden unter Verwendung der Partialwellenanalyse von Arndt et al. [70] als Funktion der Schwerpunktsenergie \sqrt{s} und dem Schwerpunktswinkel θ_{cm} berechnet. Abbildung 9.3 zeigt die Abhängigkeit der π^0 -Photoproduktionsamplitude ohne Änderung der Nukleonhelizität für $\sqrt{s} = 1.7$ GeV aufgetragen gegen den Schwerpunktswinkel θ_{cm} . Man erkennt, daß sich die Amplituden für Proton (durchgezogene Linie) und Neutron (gestrichelte Linie) unterscheiden. In der Rechnung wird daher für jeden Kern die isospingemittelte Amplitude

$$\mathcal{M}_{\gamma N \rightarrow \pi^0 N}^{\text{koh}} = \frac{Z\mathcal{M}_{\gamma p \rightarrow \pi^0 p}^{\text{koh}} + (A - Z)\mathcal{M}_{\gamma n \rightarrow \pi^0 n}^{\text{koh}}}{A}$$

verwendet. Die kohärente Produktion in Vorwärtsrichtung ist wegen Drehimpulserhaltung nicht möglich. Deshalb sind bei hohen Energien große Transversalimpulsüberträge nötig, um das π^0 zu erzeugen. Da diese durch den Formfaktor des Kerns unterdrückt sind, trägt das π^0 bei hohen Energien nicht zum Abschattungseffekt bei.

Der Beitrag des π^0 zum Abschattungseffekt ergibt sich analog zu (9.9):

$$\Delta\sigma_{\gamma A}^{(\pi^0)} = -\frac{A(A-1)}{2m_N k} \text{Re} \int \frac{d^3q}{2m_N(2\pi)^3} F(\vec{q}) i\mathcal{M}_{\gamma N \rightarrow \pi^0 N}^{\text{koh}}(s, t) \tilde{D}_{\pi^0}(p^2) i\mathcal{M}_{\pi^0 N \rightarrow \gamma N}^{\text{koh}}(s, t) F(-\vec{q})$$

wobei für das π^0 der Propagator

$$\tilde{D}(p^2) = \frac{i}{p^2 - m_{\pi^0}^{*2} - im_{\pi^0, \pi^0}^*,}$$

verwendet wird. Dieser berücksichtigt effektiv die $\pi^0 N$ -Vielfachstreubeiträge. Die effektive Masse und die Stoßverbreiterung des π^0 im Kern ergibt sich näherungsweise [71] aus der $\pi^0 N$ -Vorwärtsstreuamplitude $f_{\pi^0}(\vec{0})$:

$$\begin{aligned} m_{\pi^0}^{*2} &= m_{\pi^0}^2 - 4\pi \text{Re} f_{\pi^0}(\vec{0}) \rho_N \\ m_{\pi^0, \pi^0}^*, &= m_{\pi^0, \pi^0} + 4\pi \text{Im} f_{\pi^0}(\vec{0}) \rho_N \\ &\approx 4\pi \text{Im} f_{\pi^0}(\vec{0}) \rho_N, \end{aligned}$$

mit der mittleren Nukleonendichte $\rho_N \approx 0.16 \text{ fm}^{-3}$. Die $\pi^0 N$ -Vorwärtsstreuamplitude ist über das optische Theorem mit dem totalen $\pi^0 N$ -Wirkungsquerschnitt verknüpft:

$$f_{\pi^0}(\vec{0}) = \frac{ip_{\text{lab}}}{4\pi} \sigma_{\pi^0 N} (1 - i\alpha_{\pi^0}),$$

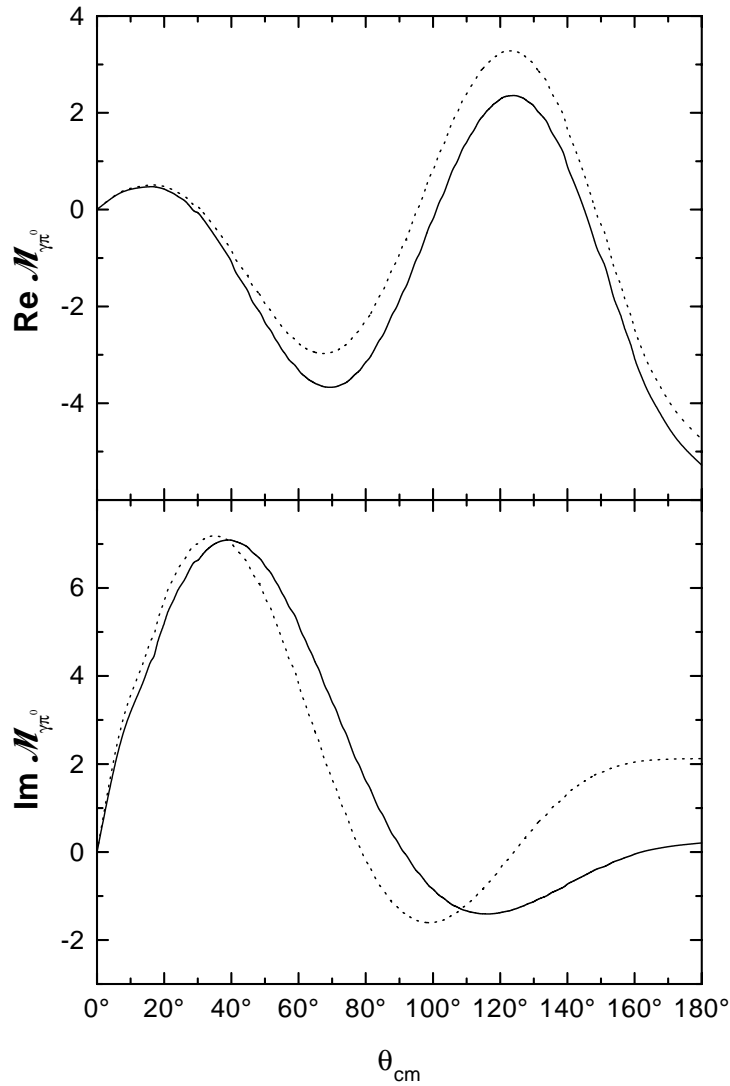


Abbildung 9.3: Real- und Imaginärteil der π^0 -Photoproduktionsamplitude (ohne Änderung der Helizität des Nukleons) aufgetragen gegen den Schwerpunktswinkel θ_{cm} bei $\sqrt{s} = 1.7$ GeV. Die durchgezogenen Linien entsprechen der Produktion am Proton, die gestrichelten der Produktion am Neutron.

wobei $\sigma_{\pi^0 N}$ durch folgende Abschätzung genähert wird

$$\sigma_{\pi^0 N} \approx \sigma_{\pi^0 p} = \frac{1}{2}(\sigma_{\pi^+ p} + \sigma_{\pi^- p}).$$

Der durch Fits an die Daten zum $\pi^+ p$ - und $\pi^- p$ -Wirkungsquerschnitt erhaltene $\pi^0 p$ -Wirkungsquerschnitt ist in Abbildung 9.4 dargestellt. Da die Energieabhängigkeit des Verhältnisses α_{π^0} von Real- zu Imaginärteil der $\pi^0 N$ -Vorwärtsstreuamplitude nicht bekannt ist, wird im betrachteten Energiebereich α_{π^0} näherungsweise konstant gesetzt: $\alpha_{\pi^0} \approx -0.35$. Der Wert entspricht ungefähr dem Verhältnis von Real- zu Imaginärteil der $\rho^0 N$ -Vorwärtsstreuamplitude, wenn man den ρ^0 -Impuls gleich dem des π^0 setzt. Er ist außerdem in quantitativer Übereinstimmung mit dem Verhältnis von Real- zu Imaginärteil der $\pi^+ N$ -Vorwärtsstreuamplitude für 1.5 GeV Pionen, welches aus Fits an π^+ -Kern-Daten

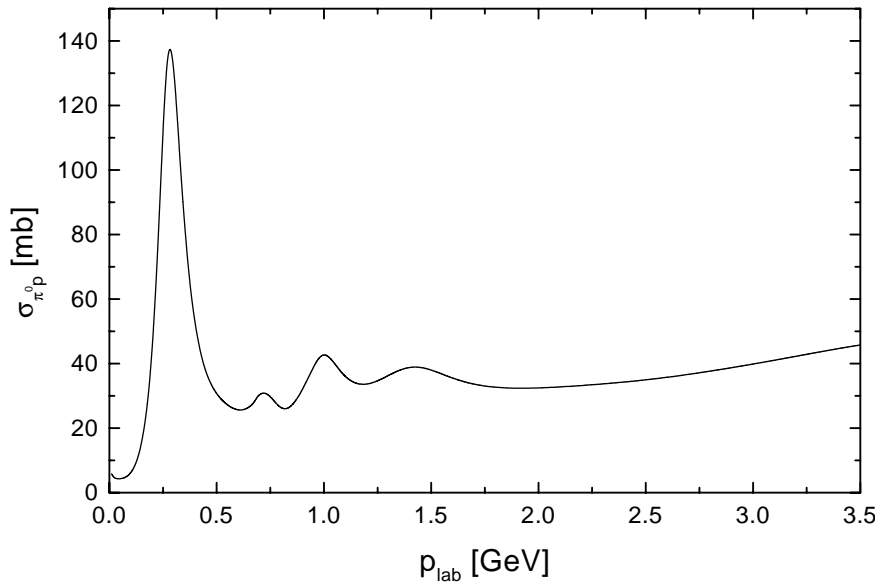


Abbildung 9.4: Aus den experimentellen Daten zu σ_{π^+p} und σ_{π^-p} gemittelter π^0p -Wirkungsquerschnitt aufgetragen gegen den Impuls des π^0 im Laborsystem.

im Rahmen des Glauber-Modells extrahiert wurde [72]. Daraus ergibt sich beispielsweise für ein π^0 mit Impuls 1.5 GeV und $\sigma_{\pi^0 N} = 40$ mb die effektive Masse zu $m_{\pi^0}^* = 290$ MeV und die effektive Breite zu $r_{\pi^0}^* = 650$ MeV.

Berücksichtigt man die π^0 -Produktion, so erhält man eine Verstärkung des Abschattungseffekts bei niedrigen Energien wie in Abbildung 9.5 zu erkennen ist. Die gestrichelte Linie entspricht dem alten Ergebnis (9.11), also der Rechnung ohne Eikonalnäherung und unter Berücksichtigung der Selbstenergie von ρ^0 , ω und ϕ in den Vektormeson-Propagatoren. Dabei wurden Terme bis einschließlich der Dreifachstreuung in die Rechnung einbezogen. Man sieht, daß bei sehr kleinen Photonenergien (< 1.25 GeV) die experimentellen Daten nicht besonders gut reproduziert werden. Das liegt daran, daß man sich immer mehr der Schwelle für diffraktive ρ^0 -Erzeugung am freien Nukleon nähert, die im Laborsystem bei einer Photonenergie von 1.09 GeV liegt. Die Abschattung in diesem niedrigen Energiebereich läßt sich nur unter der Berücksichtigung leichter hadronischer Zwischenzustände verstehen. Die durchgezogene Linie zeigt das Ergebnis unter Hinzunahme des π^0 als möglichen hadronischen Zwischenzustand:

$$A_{\text{eff}}^{(\pi^0)} = 1 + \frac{\Delta\sigma_{\gamma A}^{(2)} + \Delta\sigma_{\gamma A}^{(3)} + \Delta\sigma_{\gamma A}^{(\pi^0)}}{A\sigma_{\gamma N}}. \quad (9.12)$$

Bei kleinen Energien entspricht der Beitrag des π^0 einem Vielfachen des ρ^0 -Beitrags (siehe auch Abbildung 9.6), da die ρ -Produktion wegen der sehr viel größeren ρ^0 -Masse bei niedrigen Energien schon in Vorwärtsrichtung stark unterdrückt ist. Das π^0 ist sehr viel leichter als das ρ^0 -Meson, kann aber nicht kohärent in Vorwärtsrichtung produziert werden. Der

benötigte Transversalimpulsübertrag wächst mit steigender Photonenergie, deshalb ist für hohe Energien der Beitrag des π^0 zum Abschattungseffekt durch den Formfaktor des Kerns stark unterdrückt. Die Unterdrückung ist bei den schweren Kernen umso stärker. Bei kleinen Photonenergien verbessert die Berücksichtigung des π^0 die Übereinstimmung mit den experimentellen Daten sichtlich.

In diesem Kapitel wurde gezeigt, daß das Unterlassen der Eikonalnäherung für kleine Photonenergien eine Abschwächung des theoretisch berechneten Abschattungseffekts bewirkt. Auch die Berücksichtigung der Selbstenergien in den Vektormeson-Propagatoren führt zu einer Verminderung des Abschattungseffekts. Allerdings kann in der Rechnung ohne Eikonalnäherung das π^0 als hadronischer Zwischenzustand miteinbezogen werden. Wie in diesem Abschnitt demonstriert wurde, führt dies zu einer Erhöhung der Abschattung im nuklearen Photoabsorptionsquerschnitt, insbesondere bei kleinen Photonenergien. Bei hohen Energien ist sein Beitrag zur Abschattung durch den Formfaktor des Kerns stark unterdrückt. Der Grund, warum das verwendete Modell bei sehr kleinen Energien ($E_\gamma < 1.25$ GeV) versagt, ist daß im verwendeten Vektormesonen-Dominanz-Modell unterhalb der Photonenergie 1.09 GeV kein ρ^0 produziert werden kann. Eine Verbesserung des Modells ließe sich daher durch eine Berücksichtigung leichterer hadronischer Zwischenzustände mit den Quantenzahlen des Photons erreichen. Insbesondere unkorrelierte $\pi^+\pi^-$ -Paare, die in der Photoproduktion am freien Nukleon beobachtet werden, würden den Abschattungseffekt bei niedrigen Energien zusätzlich verstärken. Allerdings gestaltet sich die Beschreibung der Propagation dieser unkorrelierten $\pi^+\pi^-$ -Paare durch den Kern als schwierig und die Rechnung wäre mit weiteren vereinfachenden Annahmen und Näherungen verbunden. Eine Möglichkeit wäre daher, über die ρ^0 -Spektralfunktion zu integrieren und die $\pi^+\pi^-$ -Paare unabhängig von ihrer Masse mit der bisher verwendeten $\rho^0 N$ -Wechselwirkungsamplitude streuen zu lassen.

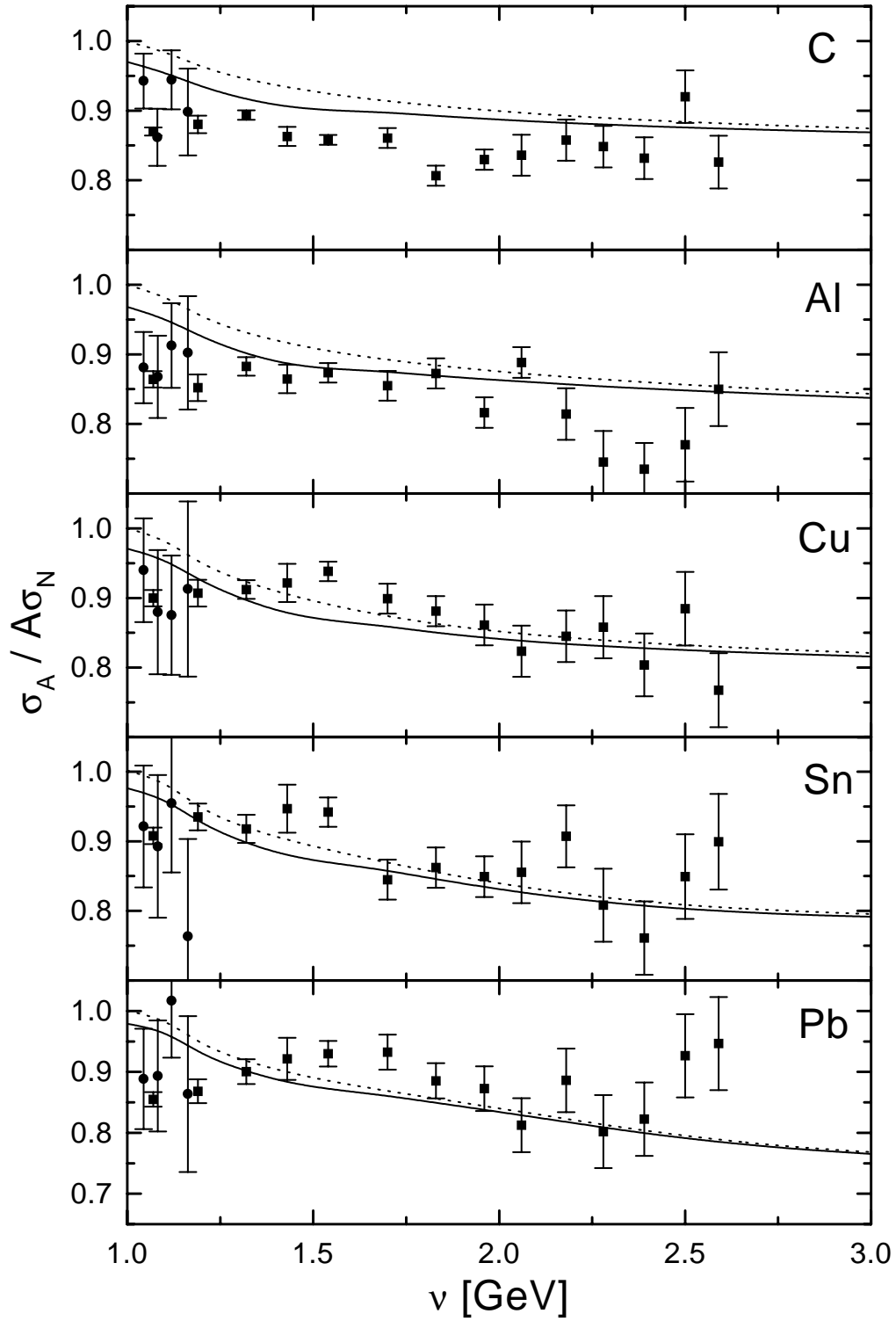


Abbildung 9.5: Mit Gleichung (9.11) (gestrichelte Linie) und (9.12) (durchgezogene Linie) berechnetes Verhältnis von nuklearem und nukleonischem Photoabsorptionsquerschnitt aufgetragen gegen die Energie des Photons. Näheres dazu im Text. Die Daten stammen aus:
 • [60], ■ [61].

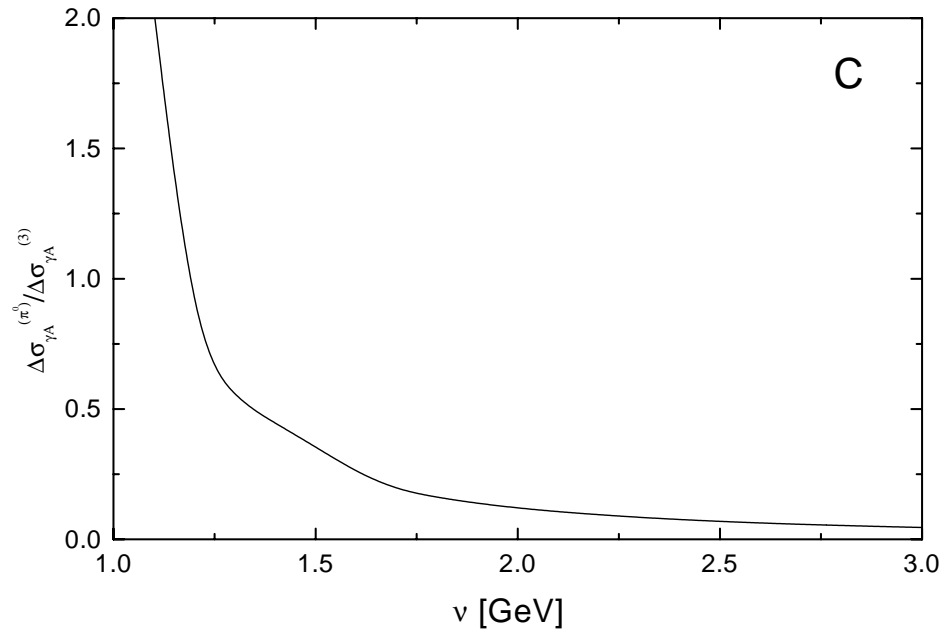


Abbildung 9.6: Verhältnis des Beitrags von π^0 und Vektormesonen zu dem mit (9.12) berechneten Abschattungseffekt für ^{12}C . Man erkennt, daß der Beitrag des Pions zum Abschattungseffekt für kleine Photonenergien ν überwiegt, da dort die Produktion des ρ^0 durch den Formfaktor des Kerns stark unterdrückt ist. Für hohe Energien ist der Beitrag des π^0 vernachlässigbar, da es nicht kohärent in Vorwärtsrichtung erzeugt werden kann.

Kapitel 10

Zusammenfassung und Ausblick

In dieser Arbeit wurde der Abschattungseffekt in nuklearen Reaktionen hochenergetischer Teilchen diskutiert, wobei der Schwerpunkt auf die Erklärung des Niederenergie-Einsatzes der Abschattung in nuklearer Photoabsorption gelegt wurde.

Zunächst erschien es verwunderlich, daß photoninduzierte Prozesse überhaupt abgeschattet werden. Die in Kapitel 4 gegebene anschauliche Erklärung für die Abschattung des totalen hadronischen Wirkungsquerschnitts basierte auf der Kürze der mittleren freien Weglänge von Hadronen im Kern. Dieses Argument läßt sich zunächst nicht auf photoninduzierte Prozesse anwenden, abgesehen von Photoproduktionsprozessen, bei denen das produzierte Hadron auf seinem Weg aus dem Kern absorbiert wird (siehe Anhang). Eine mögliche Begründung für die Abschattung von Photon-Kern-Reaktionen lieferte die in den Kapiteln 2 und 3 vorgestellte Hadronen-Dominanz-Hypothese, in der angenommen wurde, daß sich das Photon zeitweise wie ein Hadron verhält und deshalb seine Reaktionen im Kern ebenfalls abgeschattet werden. Die Energie, bei der der Abschattungseffekt einsetzt, wurde in Kapitel 4 über die Kohärenzlänge abgeschätzt, d.h. die Strecke, die das Photon als hadronische Fluktuation zurücklegt. Es stellte sich dabei heraus, daß die Einsatzenergie des Abschattungseffekts durch den leichtesten hadronischen Zwischenzustand, in den das Photon fluktuiert, bestimmt wird. Stellt man sich vor, daß die hadronischen Zwischenzustände durch die Vektormesonen dominiert werden, so bestimmen die Eigenschaften des ρ^0 -Mesons das Einsetzen des Abschattungseffekts bei niedrigen Energien, da die Kopplung des ρ^0 an das Photon dreimal größer ist, als die des nur unwesentlich leichteren ω -Mesons.

In den Kapiteln 5 und 6 wurde das Glauber-Modell eingeführt, mit dessen Hilfe sich nukleare Reaktionen hochenergetischer Hadronen und Photonen quantitativ beschreiben lassen. Das Glauber-Modell führt die Wechselwirkung des hochenergetischen Projektils auf Wechselwirkungen mit den einzelnen Nukleonen des Kerns zurück. Drückt man den Photoabsorptionsquerschnitt über das optische Theorem durch die Compton-Vorwärtsamplitude aus, so ergibt sich der Abschattungseffekt durch die Interferenz zweier Amplituden in Ordnung α_{em} . Die erste entspricht der Vorwärtsstreuung des Photons an einem einzelnen Nukleon des Kerns, die zweite entspricht einem Prozeß bei dem das Photon an einem

Nukleon im Kern ein Hadron erzeugt, welches durch den Kern propagiert und schließlich in das auslaufende Photon streut. Im Rahmen des Glauber-Modells, ließ sich daher das Auftreten des Abschattungseffekts auch ohne die Vektormesonen-Dominanz-Hypothese verstehen. Da zur Photoproduktion des hadronischen Zwischenzustands ein Impulsübertrag nötig ist, der durch den Formfaktor des Kerns unterdrückt wird und der umso größer ist, je schwerer das erzeugte Hadron ist, wird auch in dieser Beschreibung das Einsetzen des Abschattungseffekts durch den leichtesten hadronischen Zwischenzustand bestimmt. Um die im Glauber-Modell auftretenden nukleonischen Amplituden zu berechnen, wurde in dieser Arbeit das Vektormesonen-Dominanz-Modell verwendet.

Die Beschreibung des Abschattungseffekts im Glauber-Modell stellt bei hohen Photonenergien kein Problem dar. In Kapitel 7 wurde beispielsweise der in der tiefinelastischen Streuung von Elektronen und Muonen am Kern beobachtete Abschattungseffekt berechnet. Die in der tiefinelastischen Streuung beobachtete Abweichung der Strukturfunktion eines freien Nukleons von der eines Nukleons im Kern (EMC-Effekt) ließ sich dabei für kleine Werte der Bjorken-Skalenvariablen durch die Abschattung des ausgetauschten virtuellen Photons verstehen. Auch die Abschattung des nuklearen Photoabsorptionsquerschnitts reeller Photonen kann für hohe Photonenergien problemlos im Glauber-Modell beschrieben werden, wie in Kapitel 8 gezeigt wurde.

Das Einsetzen des Abschattungseffekts in nuklearer Photoabsorption bei Photonenergien knapp oberhalb von 1 GeV erfordert eine genauere Kenntnis der elementaren ρ^0 -Photoproduktionsamplituden. Nimmt man an, daß die im Glauber-Modell auftretenden hadronischen Zwischenzustände durch die Vektormesonen dominiert werden, so liefert das ρ^0 wegen seiner geringen Masse und der hohen Photoproduktionsamplitude den Hauptbeitrag zum Abschattungseffekt bei kleinen Energien. Bianchi et al. [62] interpretierten daher den Niederenergie-Einsatz des Abschattungseffekts als Hinweis auf eine Massenabsenkung des ρ^0 im Kern. In Kapitel 8 wurde gezeigt, daß diese Interpretation unbegründet ist, da sich das frühe Einsetzen des Abschattungseffekts bei Berücksichtigung des negativen Realteils der ρN -Streuamplitude quantitativ verstehen läßt. Voraussetzungen dafür sind allerdings die Gültigkeit des Vektormesonen-Dominanzmodells und der Eikonalnäherung in diesem Energiebereich. Ein negativer Realteil der ρN -Streuamplitude entspricht einer Erhöhung der effektiven ρ^0 -Masse im Kern und steht im Einklang mit dispersionstheoretischen Rechnungen.

Die im Glauber-Modell verwendete Eikonalnäherung d.h. die Annahme, daß die Streuprozesse in Vorwärtsrichtung dominant sind, ist für niedrige Energien nicht mehr gerechtfertigt. In Kapitel 9 wurde daher der Photoabsorptionsquerschnitt für niedrige Energien ohne Eikonalnäherung berechnet. Es stellte sich heraus, daß der auf diese Weise bestimmte Abschattungseffekt kleiner ist, als der, den man in Eikonalnäherung erhält. Das Unterlassen der Eikonalnäherung erweitert das Spektrum der möglichen hadronischen Zwischenzustände im Glauber-Modell um das π^0 , welches wegen Drehimpulserhaltung nicht in Vorwärtsrichtung produziert werden kann, ohne den Spin des Nukleons zu ändern. Da insgesamt Vorwärtsstreuung betrachtet wird, d.h. der Kern im Grundzustand bleibt, darf sich der Spin der N im Kern nicht ändern. Das π^0 führt zu einer Erhöhung des

Abschattungseffekts bei kleinen Energien, spielt aber für hohe Energien wegen des zu seiner Produktion benötigten Transversalimpulsübertrags keine Rolle. Außerdem wurde der Einfluß der Vektormeson-Spektralfunktionen in den Propagatoren der Glauber-Gribov-Streuamplituden untersucht. Es stellte sich heraus, daß die endlichen Breiten den berechneten Abschattungseffekt zusätzlich verkleinern. Anschaulich kann man sich das anhand der Zweifachstreuung erklären, die, wie gezeigt wurde, den dominanten Beitrag zum Abschattungseffekt liefert. Die Berücksichtigung der Breiten ermöglichen dem Vektormeson auf seinem Weg zum zweiten Nukleon zu zerfallen. Dies vermindert den Beitrag der Zweifachstreuungs-Amplitude zum Abschattungseffekt.

Weitere, der im Glauber-Gribov-Modell gemachten Näherungen müßten für kleine Energien noch untersucht werden. Zum Beispiel wäre es interessant zu sehen, welchen Einfluß eine korrekte Behandlung der Fermibewegung der Nukleonen gerade auf den Niederenergiebereich des Abschattungseffekts hat. Desweiteren trägt mit großer Sicherheit die Produktion nichtkorrelierter $\pi^+\pi^-$ -Paare stark zum Abschattungseffekt bei kleinen Photonenergien bei, da ihre Produktion durch den Formfaktor des Kerns begünstigt ist. Für die theoretische Beschreibung müssen allerdings weitere stark vereinfachende Annahmen bezüglich der Propagation dieser $\pi^+\pi^-$ -Paare durch den Kern und ihrer Photoproduktionsamplituden gemacht werden. Die Abschätzung ihres Einflusses ist aber trotzdem für das Verstehen des Abschattungseffekts bei kleinen Photonenergien unerlässlich und sollte daher untersucht werden.

Anhang A

Inkohärente Photoproduktion bei hohen Energien

In diesem Kapitel soll der nukleare Wirkungsquerschnitt für die inkohärente Photoproduktion eines Vektormesons V im Rahmen des in Kapitel 5 vorgestellten Glauber-Modells berechnet werden. Es werden dabei, soweit nicht anders erklärt, die Bezeichnungen und Näherungen aus Kapitel 5 verwendet.

A.1 Vorbereitende Schritte

In Ordnung α_{em} läßt sich die Profilfunktion $,_{\gamma V}^{(A)}$ für die Photoproduktion eines Vektormesons V an einer Ansammlung von A Nukleonen analog zu (5.25) durch einen Faktor $,_{\gamma V}$ für die Photoproduktion des Vektormesons V an einem Nukleon, gefolgt von Faktoren $(1 - ,_V)$ für das anschließende Passieren weiterer Nukleonen ausdrücken:

$$,_{\gamma V}^{(A)}(\vec{b}, \{\vec{r}_i\}) = \sum_j^A ,_{\gamma V}(\vec{b} - \vec{s}_j) \left\{ \prod_{k \neq j}^A [1 - ,_V(\vec{b} - \vec{s}_k) \theta(z_k - z_j)] \right\} e^{iq_V z_j}. \quad (\text{A.1})$$

Die nukleare Photoproduktionsamplitude für ein Vektormeson V mit transversalem Impulsübertrag \vec{q}_T und Anregung des Kerns vom Grundzustand $|0\rangle$ in den Zustand $|f\rangle$ ist gegeben durch

$$F_{\gamma V}^{0 \rightarrow f}(\vec{q}_T) = \frac{ik_V}{2\pi} \int d^2b e^{i\vec{q}_T \cdot \vec{b}} \langle f | ,_{\gamma V}^{(A)}(\vec{b}, \{\vec{r}_i\}) | 0 \rangle.$$

Damit läßt sich der differentieller Wirkungsquerschnitt berechnen:

$$\frac{d\sigma_{\gamma V}(0 \rightarrow f)}{d\Omega_{k_V}} = \left| F_{\gamma V}^{0 \rightarrow f}(\vec{q}_T) \right|^2.$$

Da die Streuung in Vorwärtsrichtung konzentriert ist läßt sich folgende Ersetzung machen (vgl. (4.8)):

$$d\Omega_{k_V} \approx \frac{d^2 q_T}{k_V^2}.$$

Nach Integration über \vec{q}_T und Summation über alle $|f\rangle \neq |0\rangle$ ergibt sich daraus der totale inkohärente V-Photoproduktionsquerschnitt

$$\begin{aligned} \sigma_{\gamma_V}^{\text{ink}} &= \sum_{f \neq 0} \int \frac{d^2 b}{2\pi} \frac{d^2 b'}{2\pi} (2\pi)^2 \delta(\vec{b} - \vec{b}') \langle 0 |, {}^{(A)}_{\gamma_V}(\vec{b}, \{\vec{r}_i\}) | f \rangle \langle f |, {}^{(A)}_{\gamma_V}(\vec{b}', \{\vec{r}_i\}) | 0 \rangle \\ &= \int d^2 b \left\{ \left| \langle 0 |, {}^{(A)}_{\gamma_V}(\vec{b}, \{\vec{r}_i\}) \right|^2 | 0 \rangle - \left| \langle 0 |, {}^{(A)}_{\gamma_V}(\vec{b}, \{\vec{r}_i\}) | 0 \rangle \right|^2 \right\}, \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

wobei im letzten Schritt die Vollständigkeitsrelation

$$\sum_f |f\rangle \langle f| = 1$$

verwendet wurde. Für die elementare Profilkfunktion, ${}_{\gamma_V}$ wird im folgenden der Ansatz

$${}_{\gamma_V}(\vec{b}) = \lambda_V, {}_V(\vec{b}) \quad (\text{A.3})$$

gemacht.

A.2 Grenzfall hoher Energien ($q_V \rightarrow 0$)

Setzt man (A.3) für den Fall $q_V \rightarrow 0$ in (A.1) ein so erhält man

$${}^{(A)}_{\gamma_V}(\vec{b}, \{\vec{r}_i\}) = \lambda_V \left\{ \sum_{j=1}^A, {}_V(\vec{b} - \vec{s}_j) \prod_{k>j}^A \left[1 -, {}_V(\vec{b} - \vec{s}_k) \right] \right\}, \quad (\text{A.4})$$

wobei die Nukleonen so indiziert wurden, daß $z_k > z_j$ für $k > j$. Benutzt man außerdem

$$\sum_{j=1}^A x_j \prod_{k>j}^A (1 - x_k) = 1 - \prod_{j=1}^A (1 - x_j),$$

so ergibt sich aus (A.4):

$${}^{(A)}_{\gamma_V}(\vec{b}, \{\vec{r}_i\}) = \lambda_V \left\{ 1 - \prod_{j=1}^A \left[1 -, {}_V(\vec{b} - \vec{s}_j) \right] \right\}.$$

Damit erhält man mit (A.2):

$$\begin{aligned} \sigma_{\gamma_V}^{\text{ink}} &= \lambda_V^2 \int d^2 \left\{ \left| \langle 0 | 1 - \prod_{j=1}^A \left[1 -, {}_V(\vec{b} - \vec{s}_j) \right] \right|^2 | 0 \rangle \right. \\ &\quad \left. - \left| \langle 0 | \left(1 - \prod_{j=1}^A \left[1 -, {}_V(\vec{b} - \vec{s}_j) \right] \right) | 0 \rangle \right|^2 \right\} \end{aligned} \quad (\text{A.5})$$

Im Modell unabhängiger Teilchen (5.13) und für große A läßt sich der zweite Term in (A.5) schreiben als

$$\left| \langle 0 | \left(1 - \prod_{j=1}^A \left[1 - ,_V(\vec{b} - \vec{s}_j) \right] \right) | 0 \rangle \right|^2 \approx \left| \left(1 - \exp \left[- \int d^2 s dz ,_V(\vec{b} - \vec{s}) A \rho_1(\vec{s}, z) \right] \right) \right|^2. \quad (\text{A.6})$$

Macht man die Ersetzung (5.17)

$$\rho_1(\vec{s}, z) \rightarrow \rho_1(\vec{b}, z)$$

und führt die Nukleonendichte (5.20)

$$n(\vec{r}) = A \rho_1(\vec{r})$$

ein, so folgt mit der Definition

$$T(\vec{b}) := \int_{-\infty}^{+\infty} dz n(\vec{b}, z)$$

aus (A.6):

$$\begin{aligned} \left| \langle 0 | \left(1 - \prod_{j=1}^A \left[1 - ,_V(\vec{b} - \vec{s}_j) \right] \right) | 0 \rangle \right|^2 = \\ 1 - \exp \left[- \left(\int d^2 s ,_V(\vec{s}) \right) T(\vec{b}) \right] - \exp \left[- \left(\int d^2 s ,_V^*(\vec{s}) \right) T(\vec{b}) \right] + \exp \left[- \sigma_{VN} T(\vec{b}) \right]. \end{aligned} \quad (\text{A.7})$$

σ_{VN} ist dabei durch (5.12) gegeben:

$$\sigma_{VN} = \int d^2 b \left(,_V(\vec{b}) + ,_V^*(\vec{b}) \right). \quad (\text{A.8})$$

Der erste Term in Gleichung (A.5) läßt sich mit den gleichen Näherungen auswerten:

$$\begin{aligned} \langle 0 | \left| 1 - \prod_{j=1}^A \left[1 - ,_V(\vec{b} - \vec{s}_j) \right] \right|^2 | 0 \rangle = \\ 1 - \exp \left[- \left(\int d^2 s ,_V(\vec{s}) \right) T(\vec{b}) \right] - \exp \left[- \left(\int d^2 s ,_V^*(\vec{s}) \right) T(\vec{b}) \right] \\ + \exp \left[- \int d^2 s \left(,_V(\vec{s}) + ,_V^*(\vec{s}) - | ,_V(\vec{s}) |^2 \right) T(\vec{b}) \right]. \end{aligned} \quad (\text{A.9})$$

Mit (A.5), (A.7) und (A.9) ergibt sich der inkohärente Photoproduktionsquerschnitt zu

$$\sigma_{\gamma V}^{\text{ink}} = \lambda_V^2 \int d^2 b \left\{ \exp \left[- \int d^2 s \left(,_V(\vec{s}) + ,_V^*(\vec{s}) \right) \right] - \exp \left[- \sigma_{VN} T(\vec{b}) \right] \right\}.$$

Unter Verwendung von (5.10)

$$\sigma_{VN}^{\text{el}} = \int d^2b |, {}_V(\vec{b})|^2 \quad (\text{A.10})$$

und (5.11)

$$\sigma_{VN}^{\text{inel}} = \sigma_{VN} - \sigma_{VN}^{\text{el}} \quad (\text{A.11})$$

vereinfacht sich dieser Ausdruck zu:

$$\sigma_{\gamma V}^{\text{ink}} = \lambda_V^2 \int d^2b \left\{ e^{-i\sigma_{VN}^{\text{inel}} T(\vec{b})} - e^{-\sigma_{VN} T(\vec{b})} \right\} \quad (\text{A.12})$$

A.3 Grenzfall kleiner Energien ($q_V \gg \text{Kernradius}^{-1}$)

Wegen $q_V \gg \text{Kernradius}^{-1}$ gehen alle Terme proportional $e^{iq_V z}$ bei der Bildung des Erwartungswertes $\langle 0 | \dots | 0 \rangle$ gegen null. Mit (A.1) folgt daher:

$$\langle 0 |, {}_{\gamma V}^{(A)}(\vec{b}, \{\vec{r}_i\}) | 0 \rangle \rightarrow 0$$

und in (A.2) bleibt nur der erste Term übrig:

$$\begin{aligned} \sigma_{\gamma V}^{\text{ink}} &= \langle 0 | \left|, {}_{\gamma V}^{(A)}(\vec{b}, \{\vec{r}_i\}) \right|^2 | 0 \rangle \\ &= \lambda_V^2 \int d^2b \langle 0 | \sum_{j,l}^A , {}_V(\vec{b} - \vec{s}_j), {}^*_V(\vec{b} - \vec{s}_l) e^{iq_V(z_j - z_l)} \prod_{k \neq j}^A \left[1 - , {}_V(\vec{b} - \vec{s}_k) \theta(z_k - z_j) \right] \\ &\quad \times \prod_{m \neq l}^A \left[1 - , {}^*_V(\vec{b} - \vec{s}_m) \theta(z_m - z_l) \right] | 0 \rangle \end{aligned}$$

Da $q_V \gg \text{Kernradius}^{-1}$ tragen durch den Faktor $e^{iq_V(z_j - z_l)}$ nur die Terme mit $j = l$ bei:

$$\begin{aligned} \sigma_{\gamma V}^{\text{ink}} &= \lambda_V^2 \int d^2b \langle 0 | \sum_{j=1}^A \left|, {}_V(\vec{b} - \vec{s}_j) \right|^2 \\ &\quad \times \prod_{k \neq j}^A \left[\left(1 - , {}_V(\vec{b} - \vec{s}_k) - , {}^*_V(\vec{b} - \vec{s}_k) + \left|, {}_V(\vec{b} - \vec{s}_k) \right|^2 \right) \theta(z_k - z_j) \right] | 0 \rangle \\ &= \lambda_V^2 \int d^2b \left\{ \int d^2s dz \left|, {}_V(\vec{s}) \right|^2 n(\vec{b}, z) \right. \\ &\quad \times \exp \left[- \int d^2s' dz' \left(, {}_V(\vec{s}') + , {}^*_V(\vec{s}') - \left|, {}_V(\vec{s}') \right|^2 \right) n(\vec{b}, z') \theta(z' - z) \right] \left. \right\} \\ &= \lambda_V^2 \sigma_{VN}^{\text{el}} \int d^2b \int_{-\infty}^{+\infty} dz n(\vec{b}, z) e^{-\sigma_{VN}^{\text{inel}} T_z(\vec{b})}, \quad (\text{A.13}) \end{aligned}$$

mit

$$T_z(\vec{b}) := \int_z^{+\infty} dz' n(\vec{b}, z').$$

Im letzten Schritt wurden wieder Gleichungen (A.8), (A.10) und (A.11) verwendet.

A.4 Grenzfall kleiner σ_{VN}^{el}

Es sei im folgenden $\sigma_{VN}^{\text{el}} T(\vec{b}) \ll 1$. Dann gilt:

$$\begin{aligned} e^{-\sigma_{VN} T(\vec{b})} &= e^{-\sigma_{VN}^{\text{inel}} T(\vec{b})} e^{-\sigma_{VN}^{\text{el}} T(\vec{b})} \\ &= e^{-\sigma_{VN}^{\text{inel}} T(\vec{b})} \left(1 - \sigma_{VN}^{\text{el}} T(\vec{b})\right). \end{aligned}$$

Für hohe Energien ergibt sich dann aus (A.12):

$$\begin{aligned} \sigma_{\gamma V}^{\text{ink}} &= \lambda_V^2 \int d^2 b \left\{ e^{-\sigma_{VN}^{\text{inel}} T(\vec{b})} - e^{-\sigma_{VN}^{\text{inel}} T(\vec{b})} \left(1 - \sigma_{VN}^{\text{el}} T(\vec{b})\right) \right\} \\ &= \lambda_V^2 \sigma_{VN}^{\text{el}} \int d^2 b \int_{-\infty}^{+\infty} dz n(\vec{b}, z) e^{-\sigma_{VN}^{\text{inel}} T(\vec{b})}. \end{aligned}$$

Schreibt man

$$\sigma(\gamma^* N \rightarrow VN) = \lambda_V^2 \sigma_{VN}^{\text{el}},$$

dann ergibt sich für kleine σ_{VN}^{el} :

$$\sigma_{\gamma V}^{\text{ink}} = \sigma(\gamma^* N \rightarrow VN) \int d^2 b \int_{-\infty}^{+\infty} dz n(\vec{b}, z) \times \begin{cases} e^{-\sigma_{VN}^{\text{inel}} T(\vec{b})} & \text{für hohe Energien} \\ e^{-\sigma_{VN}^{\text{inel}} T_z(\vec{b})} & \text{für niedrige Energien.} \end{cases} \quad (\text{A.14})$$

Anschaulich läßt sich (A.14) wie folgt interpretieren: Bei niedrigen Energien wird das Vektormeson an einer Stelle im Kern erzeugt und dann auf seinem Weg aus dem Kern abgeschattet. Für hohe Energien liegt das Photon schon vor dem eigentlichen Photoproduktionsprozeß als ein virtuelles Vektormeson vor, welches schon abgeschattet wird, bevor es auf seine Massenschale gesetzt wird. Letzteres entspricht dem naiven VMD-Bild.

A.5 Allgemeiner Ausdruck für $\sigma_{\gamma V}^{\text{ink}}$

Zunächst wird der zweite Ausdruck in (A.2) betrachtet:

$$\begin{aligned} \left| \langle 0 |, {}^{(A)}_{\gamma V}(\vec{b}, \{\vec{r}_i\}) | 0 \rangle \right|^2 &= \lambda_V^2 \left| \int d^2 s dz, {}_V(\vec{b} - \vec{s}) n(\vec{s}, z) e^{iq_V z} \right. \\ &\quad \times \exp \left[- \int d^2 s' \int dz' n(\vec{s}', z'), {}_V(\vec{b} - \vec{s}') \theta(z' - z) \right] \left. \right|^2 \\ &= \lambda_V^2 \left| \int d^2 s, {}_V(\vec{s}) \right|^2 \\ &\quad \times \left| \int_{-\infty}^{+\infty} dz n(\vec{b}, z) e^{iq_V z} \exp \left[- \left(\int d^2 s, {}_V(\vec{s}) \right) T_z(\vec{b}) \right] \right|^2. \end{aligned}$$

Mit (5.8) und (5.19)

$$\begin{aligned} \int d^2 s, {}_V(\vec{s}) &= \frac{2\pi}{ik_V} f_V(\vec{0}) \\ &= \frac{1}{2} \sigma_{VN} (1 - \alpha_V) \end{aligned}$$

erhält man den Ausdruck für kohärente Photoproduktion:

$$\begin{aligned} \left| \langle 0 |, {}_{\gamma V}^{(A)}(\vec{b}, \{\vec{r}_i\}) | 0 \rangle \right|^2 &= \sigma(\gamma^* N \rightarrow VN) \left\{ \frac{1}{4} \frac{(\sigma_{VN})^2}{\sigma_{VN}^{\text{el}}} (1 + \alpha_V^2) \right. \\ &\quad \left. \left| \int_{-\infty}^{+\infty} dz n(\vec{b}, z) e^{iq_V z} e^{-\frac{1}{2} \sigma_{VN} (1 - i\alpha_V) T_z(\vec{b})} \right|^2 \right\}. \end{aligned}$$

Im ersten Term in Gleichung (A.2):

$$\begin{aligned} \langle 0 | \left|, {}_{\gamma V}^{(A)}(\vec{b}, \{\vec{r}_i\}) \right|^2 | 0 \rangle &= \langle 0 | \sum_{j,l}^A, {}_V(\vec{b} - \vec{s}_j), {}^*_V(\vec{b} - \vec{s}_l) e^{iq_V(z_j - z_l)} \\ &\quad \times \prod_{k \neq j}^A \left[1 - , {}_V(\vec{b} - \vec{s}_k) \theta(z_k - z_j) \right] \\ &\quad \times \prod_{m \neq l}^A \left[1 - , {}^*_V(\vec{b} - \vec{s}_m) \theta(z_m - z_l) \right] | 0 \rangle \end{aligned}$$

muß man die Summe aufspalten in

$$(i) \quad \sum_{j=l} \quad (ii) \quad \sum_{j,l \neq j}$$

und erhält im Fall (i) wieder den Ausdruck (A.13). Fall (ii) liefert

$$\begin{aligned} \langle 0 | \left\{ \sum_{j,l \neq j}^A, {}_V(\vec{b} - \vec{s}_j), {}^*_V(\vec{b} - \vec{s}_l) e^{iq_V(z_j - z_l)} \right. \\ \times \left[1 - , {}_V(\vec{b} - \vec{s}_l) \theta(z_l - z_j) \right] \left[1 - , {}^*_V(\vec{b} - \vec{s}_j) \theta(z_j - z_l) \right] \\ \times \prod_{m \neq j,l}^A \left[1 - , {}_V(\vec{b} - \vec{s}_m) \theta(z_m - z_j) - , {}^*_V(\vec{b} - \vec{s}_m) \theta(z_m - z_l) \right. \\ \left. \left. + \left| , {}_V(\vec{b} - \vec{s}_m) \right|^2 \theta(z_m - z_j) \theta(z_m - z_l) \right] \right\} | 0 \rangle = \quad . \quad (A.15) \\ = \left| \int d^2 s, {}_V(\vec{s}) \right|^2 \times I_1 - \left(\int d^2 s |, {}_V(\vec{s})|^2 \right) \left(\int d^2 s, {}_V(\vec{s}) \right) \times I_2 \\ - \left(\int d^2 s |, {}_V(\vec{s})|^2 \right) \left(\int d^2 s, {}^*_V(\vec{s}) \right) \times I_3 \\ + \left(\int d^2 s |, {}_V(\vec{s})|^2 \right) \left(\int d^2 s \left| \int d^2 s |, {}_V(\vec{s})|^2 \right|^2 \right) \times I_4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
I_1 &= \int_{-\infty}^{+\infty} dz_1 \int_{z_1}^{+\infty} dz_2 n(\vec{b}, z_1) n(\vec{b}, z_2) \left\{ e^{iq_V(z_1 - z_2)} \right. \\
&\quad \times \exp \left[- \left(\int d^2 s, {}_V(\vec{s}) \right) T_{z_1} - \left(\int d^2 s, {}^*_V(\vec{s}) \right) T_{z_2} + \left(\int d^2 s, |{}_V(\vec{s})|^2 \right) T_{z_2} \right] \\
&\quad + e^{-iq_V(z_1 - z_2)} \\
&\quad \times \exp \left[- \left(\int d^2 s, {}_V(\vec{s}) \right) T_{z_2} - \left(\int d^2 s, {}^*_V(\vec{s}) \right) T_{z_1} + \left(\int d^2 s, |{}_V(\vec{s})|^2 \right) T_{z_1} \right] \left. \right\} \\
I_2 &= \int_{-\infty}^{+\infty} dz_1 \int_{z_1}^{+\infty} dz_2 n(\vec{b}, z_1) n(\vec{b}, z_2) e^{iq_V(z_1 - z_2)} \\
&\quad \times \exp \left[- \left(\int d^2 s, {}_V(\vec{s}) \right) T_{z_1} - \left(\int d^2 s, {}^*_V(\vec{s}) \right) T_{z_2} + \left(\int d^2 s, |{}_V(\vec{s})|^2 \right) T_{z_2} \right] \\
I_3 &= \int_{-\infty}^{+\infty} dz_2 \int_{z_2}^{+\infty} dz_1 n(\vec{b}, z_1) n(\vec{b}, z_2) e^{iq_V(z_1 - z_2)} \\
&\quad \times \exp \left[- \left(\int d^2 s, {}_V(\vec{s}) \right) T_{z_1} - \left(\int d^2 s, {}^*_V(\vec{s}) \right) T_{z_2} + \left(\int d^2 s, |{}_V(\vec{s})|^2 \right) T_{z_1} \right] \\
I_4 &= 0
\end{aligned}$$

Macht man die vereinfachende Annahme, daß die elementare VN -Vorwärtsstreuamplitude

$$f_V(\vec{0}) = \frac{ik}{2\pi} \int d^2 s, {}_V(\vec{s})$$

rein imaginär ist ($\alpha_V = 0$), dann folgt für die Profilfunktion

$$\int d^2 s, {}_V(\vec{s}) = \int d^2 s, {}^*_V(\vec{s}) = \frac{1}{2} \sigma_{VN}.$$

Damit lassen sich die Ausdrücke für I_1 , I_2 und I_3 erheblich vereinfachen:

$$\begin{aligned}
I_1 &= 2 \int_{-\infty}^{+\infty} dz_1 \int_{z_1}^{+\infty} dz_2 n(\vec{b}, z_1) n(\vec{b}, z_2) \cos(q_V(z_1 - z_2)) e^{-\frac{1}{2}(\sigma_{VN} - 2\sigma_{VN}^{\text{el}})T_{z_2} - \frac{1}{2}\sigma_{VN}T_{z_1}} \\
&= I_2 + I_3
\end{aligned}$$

und aus Gleichung (A.15) wird:

$$\begin{aligned}
\frac{1}{4}(\sigma_{VN})^2 I_1 - \frac{1}{2}\sigma_{VN}^{\text{el}}\sigma_{VN}(I_2 + I_3) &= \frac{1}{4}\sigma_{VN}(\sigma_{VN} - 2\sigma_{VN}^{\text{el}}) I_1 \\
&= \frac{1}{2}\sigma_{VN}(\sigma_{VN}^{\text{inel}} - \sigma_{VN}^{\text{el}}) \int_{-\infty}^{\infty} dz_1 \int_{z_1}^{+\infty} dz_2 n(\vec{b}, z_1) n(\vec{b}, z_2) \\
&\quad \times \cos(q_V(z_1 - z_2)) e^{-\frac{1}{2}(\sigma_{VN}^{\text{inel}} - \sigma_{VN}^{\text{el}})T_{z_2} - \frac{1}{2}\sigma_{VN}T_{z_1}}.
\end{aligned}$$

Daraus ergibt sich mit (A.2) der inkohärente V -Photoproduktionsquerschnitt für $\alpha_V = 0$

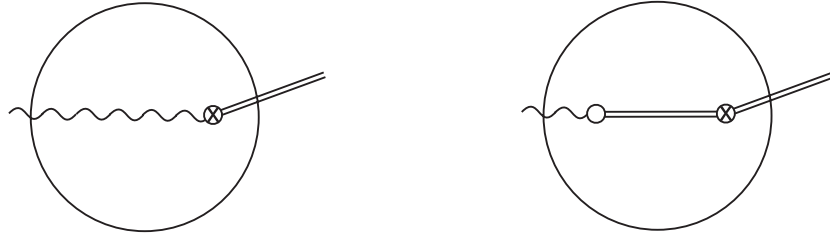


Abbildung A.1: Die Interferenz der beiden dargestellten Amplituden führt zu Gleichung (A.17). Näheres dazu im Text.

zu

$$\begin{aligned}
\sigma_{\gamma V}^{\text{ink}} = & \sigma(\gamma^* N \rightarrow VN) \int d^2b \left\{ \int_{-\infty}^{+\infty} dz n(\vec{b}, z) e^{-\sigma_{VN}^{\text{inel}} T_z(\vec{b})} \right. \\
& + \frac{1}{2} \frac{\sigma_{VN}}{\sigma_{VN}^{\text{el}}} (\sigma_{VN}^{\text{inel}} - \sigma_{VN}^{\text{el}}) \int_{-\infty}^{+\infty} dz_1 n(\vec{b}, z_1) \int_{z_1}^{+\infty} dz_2 n(\vec{b}, z_2) \\
& \times \cos(q_V(z_1 - z_2)) e^{-\frac{1}{2}(\sigma_{VN}^{\text{inel}} - \sigma_{VN}^{\text{el}}) T_{z_2}(\vec{b}) - \frac{1}{2} \sigma_{VN} T_{z_1}(\vec{b})} \\
& \left. - \frac{1}{4} \frac{(\sigma_{VN})^2}{\sigma_{VN}^{\text{el}}} \left| \int_{-\infty}^{+\infty} dz n(\vec{b}, z) e^{iq_V z} e^{-\frac{1}{2} \sigma_{VN} T_z(\vec{b})} \right|^2 \right\} \quad (\text{A.16})
\end{aligned}$$

Dieser Ausdruck für den inkohärenten Photoproduktionsquerschnitt wurde unter Vernachlässigung des Realteils der Streuamplituden zuerst in Referenz [73] hergeleitet. Er unterscheidet sich von dem Resultat von Bauer et al. [1] dadurch, daß letzteres nur die inkohärente Wechselwirkung mit *einem* Nukleon des Kerns berücksichtigt:

$$\begin{aligned}
\frac{d\sigma_{\gamma V}^{\text{ink}}}{dt} = & \frac{d\sigma}{dt}(\gamma^* N \rightarrow VN) \int d^2b \int_{-\infty}^{+\infty} dz n(\vec{b}, z) e^{-\sigma_{VN} T_z(\vec{b})} \\
& \times \left| 1 - \int_{-\infty}^z dz' n(\vec{b}, z') \frac{1}{2} \sigma_{VN} (1 - i\alpha_V) e^{iq_V z'} e^{-\frac{1}{2} \sigma_{VN} (1 - i\alpha_V) \int_z^z dz'' n(\vec{b}, z'')} \right|^2. \quad (\text{A.17})
\end{aligned}$$

Dies ist in Abbildung A.1 skizziert. Die inkohärente Wechselwirkung findet an dem durch das Kreuz gekennzeichneten Nukleon statt, dessen Position in (A.17) mit z bezeichnet ist. Man muß nun zwei Fälle unterscheiden. Im ersten Fall wird das Vektormeson an dem besagten Nukleon inkohärent produziert und streut danach nur noch kohärent bis es den Kern verläßt. Im zweiten Fall findet die inkohärente Wechselwirkung am gleichen Nukleon statt, allerdings ist es nun ein Vektormeson, das an diesem Nukleon inkohärent streut. Es wurde zuvor an dem durch den Kreis gekennzeichneten Nukleon an der Stelle z' kohärent produziert und wurde anschließend auf seinem Weg zur Stelle z kohärent durch den Kern gestreut. Nach der inkohärenten Wechselwirkung an der Stelle z verläßt es dann den Kern wie im ersten Fall unter kohärenten Wechselwirkungen mit den Nukleonen. Bei der Berechnung des differentiellen Produktionsquerschnitts am Kern interferieren diese beiden Amplituden und liefern Gleichung (A.17). Im Gegensatz zur Herleitung von (A.16) werden also hier inkohärente Mehrfachstreuungsprozesse vernachlässigt. Allerdings liefert (A.16) im Gegensatz zu (A.17) auch nur den *totalen* inkohärenten Photoproduktionsquerschnitt.

Literaturverzeichnis

- [1] T. H. Bauer, F. Pipkin, R. Spital und D. R. Yennie,
The hadronic properties of the photon in high-energy interactions,
Rev. Mod. Phys. **50**, 261 (1978).
- [2] A. Donnachie und G. Shaw,
Generalized vector dominance,
in A. Donnachie und G. Shaw, Hrsg., *Electromagnetic Interactions of Hadrons*
Volume 2, S. 169,
Plenum, New York (1978).
- [3] H. Genz und W. Schmidt,
On a proportionality of hadronic and electromagnetic amplitudes,
Nucl. Phys. B **59**, 629 (1973).
- [4] M. Damashek und F. J. Gilman,
Forward compton scattering,
Phys. Rev. D **1**, 1319 (1970).
- [5] H. Alvensleben *et al.*,
Experimental verification of the Kramers-Kronig relation at high energies,
Phys. Rev. Lett. **30**, 328 (1973).
- [6] M.E. Peskin und D.V. Schroeder,
An Introduction to Quantum Field Theory,
Addison-Wesley, New York (1995).
- [7] J. J. Sakurai,
Theory of strong interactions,
Ann. Phys. (USA) **11**, 1 (1960).
- [8] M. Gell-Mann und F. Zachariasen,
Form factors and vector mesons,
Phys. Rev. **124**, 953 (1961).
- [9] G. Piller, W. Ratzka und W. Weise,
Phenomenology of nuclear shadowing in deep inelastic scattering,
Z. Phys. A **352**, 427 (1995).

- [10] F. Halzen und A. D. Martin,
Quarks & Leptons,
John Wiley & Sons, New York (1984).
- [11] F. Klingl, N. Kaiser und W. Weise,
Effective lagrangian approach to vector mesons, their structure and decays,
Z. Phys. A **356**, 193 (1996).
- [12] D. R. Yennie,
The hadronic structure of the photon with emphasis on its two-pion constituent,
Rev. Mod. Phys. **47**, 311 (1975).
- [13] T. H. Bauer und D. R. Yennie,
Corrections to VMD in the photoproduction of vector mesons I: mass dependence of amplitudes,
Phys. Lett. B **60**, 165 (1976).
- [14] W. Ratzka,
Phänomenologie des Abschattungseffektes in der tiefinelastischen Lepton-Kern-Streuung,
Dissertation, Universität Regensburg (1995).
- [15] W. Ratzka,
Tief-inelastische Streuung von Leptonen an Kernen,
Diplomarbeit, Universität Regensburg (1992).
- [16] B. Povh, K. Rith, C. Scholz und F. Zetsche,
Teilchen und Kerne,
Springer, Berlin [u. a.] (1997).
- [17] G. Kerley und G. Shaw,
From deep inelastic scattering to photoproduction: a unified approach,
Phys. Rev. D **56** 7291 (1997).
- [18] G. Cvetic, D. Schildknecht und A. Shoshi,
Off diagonal generalized vector dominance in DIS and QCD,
Acta Phys. Pol. B **30** 3265 (1999).
- [19] N. N. Nikolaev und B. G. Zakharov,
Color transparency and scaling properties of nuclear shadowing in deep inelastic scattering,
Z. Phys. C **49**, 607 (1991).
- [20] J. D. Bjorken und J. Kogut,
Correspondence arguments for high energy collisions,
Phys. Rev. D **8**, 1341 (1973).

- [21] L. L. Frankfurt und M. I. Strikman,
Shadowing and enhancement of quark distributions in nuclei at small x ,
Nucl. Phys. B **316**, 340 (1989).
- [22] G. Piller und W. Weise,
Deep inelastic lepton scattering on nuclei at small x ,
Nucl. Phys. A **532**, 271 (1991).
- [23] European Muon Collaboration (J. J. Aubert *et al.*),
Measurements of the nucleon structure functions $F_2(N)$ in deep inelastic muon scattering from deuterium and comparison with those from hydrogen and iron,
Nucl. Phys. B **293**, 740 (1987).
- [24] BCDMS Collaboration (A. C. Benvenuti *et al.*),
A high statistics measurement of the deuteron structure functions $F_2(x, Q^2)$ and R from deep inelastic muon scattering at high Q^2 ,
Phys. Lett. B **237**, 592 (1989).
- [25] European Muon Collaboration (M. Arneodo *et al.*),
Measurements of the nucleon structure function in the range $0.002 < x < 0.17$ and $0.2 \text{ GeV}^2 < Q^2 < 8 \text{ GeV}^2$ in deuterium, carbon and calcium,
Nucl. Phys. B **333**, 1 (1989).
- [26] L. W. Whitlow, E. M. Riordan, S. Dasu, S. Rock und A. Bodek,
Precise measurements of the proton and deuteron structure functions from a global analysis of the SLAC deep inelastic electron scattering cross-sections,
Phys. Lett. B **282**, 475 (1992).
- [27] Particle Data Group (C. Caso *et al.*),
Review of particle physics,
Eur. Phys. J. C **3**, 1 (1998).
- [28] G. Grammer, Jr. und J. D. Sullivan,
Nuclear Shadowing of Electromagnetic Processes,
in A. Donnachie und G. Shaw, Hrsg., *Electromagnetic Interactions of Hadrons Volume 2*, S. 195,
Plenum, New York (1978).
- [29] J. J. Sakurai,
Modern Quantum Mechanics,
Addison-Wesley, Reading, MA [u. a.] (1994).
- [30] L. Stodolsky,
Hadronlike behavior of γ, ν -nuclear cross sections,
Phys. Rev. Lett. **18**, 135 (1967).

- [31] R. J. Glauber,
High energy collision theory,
in W. E. Brittin und L. G. Dunham, Hrsg., *Lectures in Theoretical Physics*, Vol. I,
S. 315,
Wiley Interscience, New York (1959).
- [32] R. J. Glauber,
Theory of high energy hadron-nucleus collisions,
in S. Devons, Hrsg., *High Energy Physics and Nuclear Structure*, S. 207,
Plenum, New York (1970).
- [33] D. R. Yennie,
Interactions of high-energy photons with nuclei as a test of vector-meson-dominance,
in J. Cumings und H. Osborn, Hrsg., *Hadronic Interactions of Electrons and Photons*, S. 321,
Academic, New York/London (1971).
- [34] G. Shaw,
Nuclear shadowing at high and low Q^2 ,
Phys. Rev. D **47**, R3676 (1993).
- [35] A. Pautz und G. Shaw,
Nuclear shadowing and ρ photoproduction,
Phys. Rev. C **57**, 2648 (1998).
- [36] V. N. Gribov,
Interactions of gamma quanta and electrons with nuclei at high energies,
Sov. Phys. JETP **30**, 709 (1970).
- [37] L. Bertocchi,
Graphs and Glauber,
Nuovo Cimento A **11**, 45 (1972).
- [38] J. H. Weis
Regge theory and high energy hadron-nucleus scattering,
Acta. Phys. Pol. B **7**, 851 (1976).
- [39] A. A. Chumbalov, R. A. Eramzhyan und S. S. Kamalov,
DWIA in the momentum space for (γ, π^0) reactions near threshold,
Z. Phys. A **328**, 195 (1987).
- [40] A. A. Chumbalov und S. S. Kamalov,
Off-shell effects in the coherent π^0 photoproduction off nuclei,
Phys. Lett. B **196**, 23 (1987).

- [41] V. N. Gribov,
Glauber corrections and the interaction between high energy hadrons and nuclei,
Sov. Phys. JETP **29**, 483 (1969).
- [42] W. Weise,
Hadronic aspects of photon-nucleus interaction,
Phys. Rep. **13**, 53 (1974).
- [43] M. Arneodo,
Nuclear effects in structure functions,
Phys. Rep. **240**, 301 (1994).
- [44] European Muon Collaboration (J. J. Aubert *et al.*),
The ratio of the nucleon structure functions F_2^N for iron and deuterium,
Phys. Lett. B **123**, 275 (1983).
- [45] J. Zofka und G. Ripka,
Hartree-Fock calculations of light deformed nuclei using density dependent effective interactions,
Nucl. Phys. A **168**, 65 (1971).
- [46] European Muon Collaboration (M. Arneodo *et al.*),
Shadowing in deep inelastic muon scattering from nuclear targets,
Phys.Lett. B **211**, 493 (1988).
- [47] New Muon Collaboration (P. Amaudruz *et al.*),
Precision Measurement of the structure function ratios $F_2(\text{He})/F_2(\text{D})$, $F_2(\text{C})/F_2(\text{D})$ and $F_2(\text{Ca})/F_2(\text{D})$,
Z. Phys. C **51**, 387 (1991).
- [48] New Muon Collaboration (P. Amaudruz *et al.*),
A reevaluation of the nuclear structure function ratios for D, He, Li-6, C and Ca,
Nucl. Phys. B **441**, 3 (1995).
- [49] J. D. Bjorken und S. D. Drell,
Relativistische Quantenfeldtheorie,
Bibliographisches Institut, Mannheim (1966).
- [50] H. Alvensleben *et al.*,
Determination of the photoproduction phase of ρ^0 mesons,
Phys. Rev. Lett. **25**, 1377 (1970).
- [51] H. Alvensleben *et al.*,
Determination of the photoproduction phase of ϕ mesons.,
Phys. Rev. Lett. **27**, 444 (1971).

- [52] P. J. Biggs *et al.*,
Determination of the real part of the ρ -nucleon forward scattering amplitude and the relative $\rho - \omega$ production phase,
Phys. Rev. Lett. **27**, 1157 (1971).
- [53] Particle Data Group (R. M. Barnett *et al.*),
Review of particle physics,
Phys. Rev. D **54**,1 (1996).
- [54] H. Lenske, Private Mitteilung.
- [55] D. O. Caldwell, V. B. Elings, W. P. Hesse, R. J. Morrison und F. V. Murphy,
Total hadronic photoabsorption cross sections on hydrogen and complex nuclei from 4 to 18 GeV,
Phys. Rev. D **7**, 1362 (1973).
- [56] G. R. Brookes *et al.*,
Total hadronic photoabsorption cross section of nuclei for photons in the GeV energy range,
Phys. Rev. D **8**, 2826 (1973).
- [57] S. Michalowsky, D. Andrews, J. Eickmeyer, T. Gentile, N. Mistry, R. Talman und K. Ueno,
Experimental study of nuclear shadowing in photoproduction,
Phys. Rev. Lett. **39**, 737 (1977).
- [58] E. A. Arakelyan, G. L. Bayatyan, G. S. Vartanyan, N. K. Grigoryan, S. G. Kuyazyan, A. T. Margaryan, S. S. Stephanyan, P. K. Kir'yanov, V. A. Maishev und A.M. Frolov,
Measurement of total hadronic photoproduction cross sections on the nuclei C, Cu and Pb for energies $E_\gamma = (12 - 30)$ GeV,
Phys. Lett. B **79**, 143 (1978).
- [59] D. O. Caldwell *et al.*,
Measurement of shadowing in photon-nucleus total cross sections from 20 to 185 GeV,
Phys. Rev. Lett. **42**, 553 (1979).
- [60] N. Bianchi *et al.*,
Total hadronic photoabsorption cross section on nuclei in the nucleon resonance region,
Phys. Rev. C **54**, 1688 (1996).
- [61] V. Muccifora *et al.*,
Photoabsorption on nuclei in the energy range 0.5-2.6 GeV,
Phys. Rev. C **60**, 064616 (1999).

- [62] N. Bianchi, E. De Sanctis, M. Mirazita und V. Muccifora,
Shadowing in nuclear photoabsorption above the resonance region,
Phys. Rev. C **60**, 064617 (1999).
- [63] R. Engel, J. Sanft und S. Roesler,
Photoproduction off nuclei and pointlike photon interactions,
Phys. Rev. D **55**, 6957 (1997).
- [64] S. Boffi, Y. Golubeva, L. A. Kondratyuk und M. I. Krivoruchenko,
Generalized photonuclear sum rule, resonance broadening and shadowing effects,
Nucl. Phys. A **606**, 421 (1996).
- [65] T. Falter, S. Leupold und U. Mosel,
Low energy onset of nuclear shadowing in photoabsorption,
nucl-th/0002062, eingereicht bei Phys. Rev. C.
- [66] V. L. Eletsky und B. L. Ioffe,
Meson masses in nuclear matter,
Phys. Rev. Lett. **78**, 1010 (1997).
- [67] L. A. Kondratyuk, A. Sibirtsev, W. Cassing, Y. S. Golubeva und M. Effenberger,
Rho meson properties at finite nuclear density,
Phys. Rev. C **58**, 1078 (1998).
- [68] ABBHHM Collaboration,
Photoproduction of meson and baryon resonances at energies up to 5.8 GeV,
Phys. Rev. **175**, 1669 (1968).
- [69] R. L. Walker,
Phenomenological analysis of pion photoproduction data,
Phys. Rev. **182**, 1729 (1969).
- [70] R. A. Arndt, R. L. Workman, Z. Li und L. D. Roper,
Partial-wave analysis of pion photoproduction,
Phys. Rev. C **42**, 1853 (1990).
- [71] T. Ericson und W. Weise,
Pions and Nuclei,
Clarendon Press, Oxford (1988).
- [72] S. Briganti, Private Mitteilung.
- [73] J. Hüfner, B. Kopeliovich und J. Nemchik,
Glauber multiple scattering theory for the photoproduction of vector mesons off nuclei and the role of the coherence length,
Phys. Lett. B **383**, 362 (1996).

Danksagung

An erster Stelle gilt mein Dank Herrn Prof. Dr. Ulrich Mosel für die Aufnahme an seinem Institut und die äußerst interessante Themenstellung. Weiterhin möchte ich mich bei ihm für seine engagierte Betreuung und die hervorragende Arbeitsatmosphäre bedanken. Sein stetes Interesse und seine vielen Anregungen trugen wesentlich zum Fortgang dieser Arbeit bei.

Desweiteren möchte ich mich bei Dr. Stefan Leupold, Marcus Post und Dr. Martin Effenberger für die zahlreichen förderlichen Diskussionen und Vorschläge bedanken, ohne die ein Gelingen dieser Arbeit kaum möglich gewesen wäre. Besonders danke ich Stefan für die sorgfältige Korrektur des Manuskripts.

Jürgen Lehr und Gregor Penner danke ich für ihre Geduld, mit der sie mir bei physikalischen Fragen zur Seite standen und für die unterhaltsamen Gestaltungen unserer Mittagspausen. Insbesondere Jürgen danke ich dafür, daß er mich nach reichlicher Vorarbeit seines BUU-Vorgängers endgültig von den Vorzügen Fortrans überzeugen konnte.

Der Computer-Crew Dr. Klaus Schertler, Frank Hofmann und Christoph Keil danke ich für die tatkräftige Unterstützung bei meinem Kampf mit den Rechnern, insbesondere dem Scanner-PC, der im Laufe der Zeit eine persönliche Abneigung gegen mich entwickelt zu haben scheint.

Ich danke allen Mitgliedern des Instituts für die überaus angenehme Arbeitsatmosphäre, vor allen den regelmäßigen Besuchern des Party-Zimmers, die mich für viele Stunden die Zweisamkeit mit der Kaffeemaschine vergessen ließen.

Großer Dank geht auch an Elke Jung für ihre Unterstützung bei administrativen Problemen aller Art.

Schließlich möchte ich mich noch bei meinen Eltern und Christina Fritz für den Rückhalt und die Unterstützung während meiner gesamten Studienzeit bedanken. Insbesondere in den letzten Wochen meiner Diplomzeit war ich wohl nur schwer zu ertragen gewesen.

Ich versichere, daß ich die vorliegende Arbeit selbständig verfaßt habe, ohne andere als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt zu haben.

Gießen, den